

**МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ РЕСПУБЛИКИ БЕЛАРУСЬ**  
Учебно-методическое объединение по экономическому образованию

**УТВЕРЖДАЮ**

Первый заместитель Министра  
образования Республики Беларусь

\_\_\_\_\_ А.Г. Баханович  
\_\_\_\_\_ 2024

Регистрационный № \_\_\_\_\_

**ВЫСШАЯ МАТЕМАТИКА**

**Примерная учебная программа по учебной дисциплине  
для специальности 6-05-0311-01 «Экономика»**

**СОГЛАСОВАНО**

Председатель Правления  
ОАО «Технобанк»

\_\_\_\_\_ Д.Ю. Грузицкий  
\_\_\_\_\_ 2024

**СОГЛАСОВАНО**

Председатель  
Учебно-методического объединения  
по экономическому образованию

\_\_\_\_\_ А.В. Егоров  
\_\_\_\_\_ 2024

**СОГЛАСОВАНО**

Начальник Главного управления  
профессионального образования  
Министерства образования Респуб-  
лики Беларусь

\_\_\_\_\_ С.Н. Пищов  
\_\_\_\_\_ 2024

**СОГЛАСОВАНО**

Проректор по научно-методической  
работе Государственного учреждения  
образования «Республиканский ин-  
ститут высшей школы»

\_\_\_\_\_ И.В. Титович  
\_\_\_\_\_ 2024

Эксперт-нормоконтролер

\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_ 2024

**СОСТАВИТЕЛИ:**

А.В. Марков, заведующий кафедрой высшей математики учреждения образования «Белорусский государственный экономический университет», кандидат физико-математических наук, доцент;

А.И. Астровский, профессор кафедры высшей математики учреждения образования «Белорусский государственный экономический университет», доктор физико-математических наук, профессор;

М.П. Дымков, профессор кафедры высшей математики учреждения образования «Белорусский государственный экономический университет», доктор физико-математических наук, профессор;

С.П. Макаревич, ассистент кафедры высшей математики учреждения образования «Белорусский государственный экономический университет».

В.В. Косьянчук, доцент кафедры высшей математики учреждения образования «Белорусский государственный экономический университет», кандидат физико-математических наук, доцент;

**РЕЦЕНЗЕНТЫ:**

Кафедра общей математики и информатики механико-математического факультета Белорусского государственного университета (протокол № 9 от 29.03.2024);

М.В. Чайковский, доцент кафедры высшей математики учреждения образования «Белорусский государственный технологический университет», кандидат физико-математических наук, доцент.

**РЕКОМЕНДОВАНА К УТВЕРЖДЕНИЮ В КАЧЕСТВЕ ПРИМЕРНОЙ:**

Кафедрой высшей математики учреждения образования «Белорусский государственный экономический университет» (протокол № 8 от 27.03.2024);

Научно-методическим советом учреждения образования «Белорусский государственный экономический университет» (протокол № 6 от 29.04.2024);

Президиумом Учебно-методического объединения по экономическому образованию (протокол № 2 от 04.06.2024).

Ответственный за редакцию: А.В. Марков

Ответственный за выпуск: А.В. Марков

## ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

Примерная учебная программа по учебной дисциплине «Высшая математика» разработана для учреждений высшего образования в соответствии с требованиями образовательных стандартов общего высшего образования и примерными учебными планами для специальности 6-05-0311-01 «Экономика».

**Целью** учебной дисциплины «Высшая математика» является ознакомление студентов с математическими понятиями, методами и навыками их использования для решения типовых прикладных задач, а также развитие их логического мышления.

В связи с этим, при изложении дисциплины «Высшая математика» на первой ступени высшего экономического образования перед преподавателями ставятся следующие

**задачи:**

- рассматривая математическую культуру как часть общечеловеческой культуры, способствовать формированию высоконравственной гражданской позиции студентов, становлению целостной высокоинтеллектуальной личности, способной решать сложные актуальные задачи;
- дать представление о месте математики в системе естественных и экономических наук; о неразрывном единстве прикладной и фундаментальной математики; о преимуществах математического моделирования и его экономической эффективности;
- ознакомить студентов с основными понятиями и методами современной математики и научить студентов применять математические знания при исследовании реальных экономических процессов;
- развить у студентов способности к логическому мышлению;
- воспитать у студентов мотивацию к глубокому изучению математики как языка общения экономистов, без которого невозможно овладеть специальными дисциплинами, необходимыми им в их будущей профессиональной деятельности.

Учебная дисциплина «Высшая математика» относится к математическому модулю государственного компонента.

Материал учебной дисциплины «Высшая математика» является базовым для изучения учебных дисциплин «Статистика», «Эконометрика», «Экономическая теория», «Микроэкономика», «Макроэкономика».

В результате изучения учебной дисциплины «Высшая математика» формируется следующая базовая профессиональная компетенция:

БПК-1. Использовать основные математические понятия и методы вычислений для анализа и моделирования экономических процессов.

В результате изучения учебной дисциплины студент должен

**знать:**

- матричное исчисление и системы линейных уравнений;
- основы векторного исчисления;
- методы аналитической геометрии;
- математический аппарат функций одной и многих переменных;
- дифференциальное и интегральное исчисление;
- основы дифференциальных уравнений;
- числовые и степенные ряды;
- методы решения задач на экстремум;
- основные понятия и теоремы теории вероятностей;
- законы распределения случайных величин;
- методы обработки и анализа статистических данных;

**уметь:**

- решать задачи матричной алгебры, аналитической геометрии и математического анализа, анализировать задачи с экономическим содержанием;
- применять вероятностные и статистические методы для решения экономических задач;

**владеть:**

- методикой применения методов матричной алгебры, аналитической геометрии, дифференциального и интегрального исчисления при решении математических и экономических задач;
- методикой применения методов теории вероятностей и математической статистики при решении математических и экономических задач.

В рамках образовательного процесса по данной учебной дисциплине студент должен приобрести не только теоретические и практические знания, умения и навыки по специальности, но и развивать свой ценностно-личностный, духовный потенциал, сформировать качества патриота и гражданина, готового к активному участию в экономической, производственной, социально-культурной и общественной жизни страны.

Форма получения высшего образования: очная (дневная).

В соответствии с примерным учебным планом для специальности 6-05-0311-01 «Экономика» на учебную дисциплину «Высшая математика» отводится 568 часов, из них аудиторных – 272 часа. Примерное распределение аудиторных часов по видам занятий: лекций – 134 часа; практических занятий – 126 часов, лабораторных работ – 12 часов. Трудоемкость учебной дисциплины составляет 15 зачетных единиц.

Рекомендуемые формы промежуточной аттестации по учебной дисциплине – экзамены.

## ПРИМЕРНЫЙ ТЕМАТИЧЕСКИЙ ПЛАН

№ п/п	Название раздела, темы	Количество аудиторных часов			
		Всего	Лекции	Практические занятия	Лабораторные занятия
1	2	3	4	5	6
	<b>Раздел I. Основы теории множеств и математической символики</b>	<b>2</b>	<b>2</b>	-	-
1.1	Элементы теории множеств	1	1	-	-
1.2	Комплексные числа	1	1	-	-
	<b>Раздел II. Векторная алгебра и матричное исчисление</b>	<b>22</b>	<b>12</b>	<b>10</b>	-
2.1	Векторная алгебра	6	4	2	-
2.2	Матричное исчисление	8	4	4	-
2.3	Системы линейных уравнений и неравенств	8	4	4	-
	<b>Раздел III. Аналитическая геометрия</b>	<b>12</b>	<b>6</b>	<b>6</b>	-
3.1	Аналитическая геометрия на плоскости	8	4	4	-
3.2	Элементы аналитической геометрии в пространстве	4	2	2	-
	<b>Раздел IV. Математический анализ</b>	<b>66</b>	<b>30</b>	<b>36</b>	-
4.1	Числовая последовательность и ее предел	4	2	2	-
4.2	Функция одной вещественной переменной	8	4	4	-
4.3	Дифференциальное исчисление функций одной вещественной переменной	14	6	8	-
4.4	Функции многих переменных	16	6	8	-
4.5	Первообразная и неопределенный интеграл	12	6	8	-
4.6	Определенный интеграл	12	6	6	-

1	2	3	4	5	6
	<b>Раздел V. Дифференциальные и дискретные уравнения</b>	<b>28</b>	<b>14</b>	<b>14</b>	-
5.1	Обыкновенные дифференциальные уравнения	16	8	8	-
5.2	Дифференциальные уравнения с частными производными	8	4	4	-
5.3	Дискретные уравнения	4	2	2	-
	<b>Раздел VI. Многочлены. Основы теории функций комплексной переменной</b>	<b>8</b>	<b>4</b>	<b>4</b>	-
6.1	Многочлены	4	2	2	-
6.2	Основы теории функций комплексной переменной	4	2	2	-
	<b>Раздел VII. Числовые и степенные ряды</b>	<b>16</b>	<b>8</b>	<b>8</b>	-
7.1	Числовые ряды	8	4	4	-
7.2	Степенные ряды	8	4	4	-
	<b>Раздел VIII. Интегральное исчисление функций многих переменных</b>	<b>8</b>	<b>4</b>	<b>4</b>	-
8.1	Двойные интегралы	4	2	2	-
8.2	Криволинейные интегралы	4	2	2	-
	<b>Раздел IX. Основы численных методов</b>	<b>8</b>	<b>4</b>	<b>4</b>	-
9.1	Приближенные методы	4	2	2	-
9.2	Компьютерные технологии приближенных вычислений	4	2	2	-
	<b>Раздел X. Теория вероятностей и математическая статистика</b>	<b>102</b>	<b>50</b>	<b>40</b>	<b>12</b>
10.1	Основные понятия и теоремы теории вероятностей	12	6	6	-
10.2	Схема повторных независимых испытаний	4	2	2	-
10.3	Случайные величины и их основные законы распределения	18	10	8	-
10.4	Закон больших чисел и предельные теоремы	6	4	2	-
10.5	Многомерные случайные величины	8	4	4	-
10.6	Элементы теории массового обслуживания	10	4	4	2
10.7	Основы математической статистики	8	4	2	2

1	2	3	4	5	6
10.8	Статистическое оценивание	8	4	2	2
10.9	Проверка статистических гипотез	10	4	4	2
10.10	Основы дисперсионного анализа	6	2	2	2
10.11	Корреляционно-регрессионный анализ	12	6	4	2
	Всего по дисциплине	<b>272</b>	<b>134</b>	<b>126</b>	<b>12</b>

## СОДЕРЖАНИЕ УЧЕБНОГО МАТЕРИАЛА

### Раздел I. Основы теории множеств и математической символики

#### 1.1. Элементы теории множеств.

Элементы теории множеств и математической логики. Логические символы, операции над множествами. Декартово произведение множеств. Экономические примеры. Основные числовые множества. Точные и приближенные значения величин. Абсолютная и относительная погрешности. Необходимое и достаточное условия. Метод математической индукции. Бином Ньютона.

#### 1.2. Комплексные числа.

Комплексные числа и действия над ними. Геометрическая интерпретация комплексных чисел. Алгебраическая, тригонометрическая и показательная формы комплексных чисел. Формулы Муавра и Эйлера. Извлечение корня из комплексного числа. Свойства комплексно-сопряженных выражений. Применение комплексных чисел.

### Раздел II. Векторная алгебра и матричное исчисление

#### 2.1. Векторная алгебра.

Понятие вектора на плоскости и в трехмерном пространстве. Основные линейные операции над векторами. Проекция вектора на ось. Линейная зависимость векторов. Базис на плоскости и в пространстве. Декартова система координат. Радиус-вектор и координаты точки. Деление отрезка в данном отношении. Скалярное произведение векторов, его свойства и экономическая интерпретация. Условие ортогональности двух векторов. Ориентация тройки векторов в пространстве. Векторное произведение векторов, его свойства, геометрический и физический смысл. Смешанное произведение векторов, его геометрический и механический смысл. Условие компланарности трех векторов. Линейные пространства. Подпространство и линейная оболочка. Базис и размерность линейного пространства. Евклидовы пространства. Норма вектора и ее свой-

ства. Ортогональный и ортонормированный базисы. Процесс ортогонализации Грамма-Шмидта. Неравенство Коши-Буняковского.

## **2.2. Матричное исчисление.**

Понятие матрицы и линейные операции над ними. Транспонирование матриц. След матрицы. Экономическая интерпретация матриц. Перестановки и транспозиции. Определители второго и третьего порядка. Алгебраические дополнения и миноры. Определители  $n$ -го порядка и их свойства. Правила вычисления определителей, теорема Лапласа. Определитель произведения матриц. Обратная матрица, свойства обратных матриц. Методы вычисления обратной матрицы. Ранг матрицы, свойства и его вычисление. Условие равенства нулю определителя. Теорема о базисном миноре. Подобные матрицы. Приведение матрицы к диагональному виду. Многочлены от матрицы. Теорема Гамильтона-Кэли. Квадратичные формы и их матрицы. Приведение квадратичной формы к каноническому виду ортогональным преобразованием. Знакоопределенные квадратичные формы. Условия знакоопределенности квадратичных форм. Модель межотраслевого баланса В.В.Леонтьева. Отличительные черты белорусской экономической модели.

## **2.3. Системы линейных уравнений и неравенств.**

Системы линейных алгебраических уравнений, общие понятия. Экономические примеры. Теорема Кронекера-Капелли. Матричный способ решения линейных систем. Формулы Крамера, метод Гаусса. Однородные и неоднородные системы линейных уравнений. Структура общего решения. Понятие о приближенном решении системы уравнений. Разложение вектора по ортогональному базису. Собственные векторы и собственные значения матриц, их свойства. Характеристические уравнения. Собственные векторы и собственные значения симметричных матриц. Системы линейных неравенств. Графический метод решения системы линейных неравенств с двумя переменными. Применение элементов линейной алгебры в экономике.

## **Раздел III. Аналитическая геометрия**

### **3.1. Аналитическая геометрия на плоскости.**

Предмет аналитической геометрии. Метод координат. Кривая на плоскости и способы ее задания. Основные виды уравнения прямой. Угол между прямыми. Условия параллельности и перпендикулярности двух прямых. Расстояние от точки до прямой. Кривые второго порядка: окружность, эллипс, парабола, гипербола. Параметрическое представление линий.

### **3.2. Элементы аналитической геометрии в пространстве.**

Простейшие задачи аналитической геометрии в пространстве. Понятия поверхности и кривой в пространстве, их уравнения. Основные виды уравнений плоскости и прямой в пространстве. Ортогональная проекция вектора на плоскость. Угол между плоскостями. Угол между двумя прямыми. Угол между прямой и плоскостью. Расстояние от точки до плоскости. Понятие о поверхностях второго порядка.

## **Раздел IV. Математический анализ**

### **4.1. Числовая последовательность и ее предел.**

Действительные числа. Числовые последовательности. Предел последовательности и его свойства. Бесконечно малые и бесконечно большие последовательности. Монотонные, ограниченные последовательности. Свойства сходящихся последовательностей и критерий их сходимости. Способы вычисления пределов последовательностей. Число « $e$ » и его экономическая интерпретация.

### **4.2. Функции одной вещественной переменной.**

Функции, их области определения и значений, способы задания и график функции. Основные характеристики поведения функции. Основные элементарные функции. Суперпозиция функций, обратные функции. Неявные функции. Предел функции в точке и на бесконечности. Основные теоремы о пределах функций. Замечательные пределы. Односторонние пределы. Бесконечно малые и бесконечно большие функции. Непрерывность функции в точке. Свойства непрерывных функций. Односторонняя непрерывность. Точки разрыва функций и их классификация. Непрерывность элементарных функций. Сравнение функций, символы « $o$ » и « $O$ ». Эквивалентные функции, их применение к вычислению пределов функций. Функции, непрерывные на отрезке, и их свойства: теоремы Вейерштрасса, Коши о прохождении функции через ноль, Коши о промежуточном значении. Непрерывность обратной функции. Равномерная непрерывность функции на отрезке. Теорема Кантора.

### **4.3. Дифференциальное исчисление функций одной вещественной переменной.**

Задачи, приводящие к понятию производной. Производная функции, ее геометрический, физический и экономический смыслы. Уравнение касательной и нормали к кривой. Односторонние производные. Основные правила дифференциального исчисления. Производная сложной, обратной и неявной функций. Производные элементарных функций. Логарифмическое дифференцирование. Дифференцирование параметрически заданных функций. Дифференциал функции, его геометрический смысл и применение в приближенных вычислениях. Инвариантность формы дифференциала. Производные высших порядков. Фор-

мула Лейбница. Дифференциалы высших порядков. Локальный экстремум функции. Основные теоремы дифференциального исчисления: Ферма. Ролля, Коши, Лагранжа. Применение теорем. Раскрытие неопределенностей, правило Лопиталя-Бернулли. Формула Тейлора. Остаточный член в форме Пеано и Лагранжа. Основные разложения по формуле Тейлора. Приложения формулы Тейлора. Экстремумы функции, стационарные точки. Необходимое и достаточное условия локального экстремума. Наибольшее и наименьшее значения функции на отрезке. Выпуклость и точки перегиба. Достаточное условие выпуклости. Необходимое условие перегиба. Достаточные условия перегиба. Вертикальные и наклонные асимптоты графика функции. Общая схема исследования функции и построение ее графика. Экономические приложения: предельные показатели в экономике, эластичность экономических показателей, максимизация прибыли.

#### **4.4. Функции многих переменных.**

Множества на плоскости и в пространстве. Предельные точки множеств. Связные, выпуклые, ограниченные множества. Понятие функции многих переменных, примеры из экономики. Линии уровня, изокосты, изокванты. Однородные функции. Выпуклые и вогнутые функции. Предел функции в точке, повторные пределы. Непрерывность. Свойства непрерывных функций. Частные производные. Примеры применения частных производных в экономике. Дифференцируемость функции многих переменных, необходимые и достаточные условия дифференцируемости. Полный дифференциал и его связь с частными производными. Дифференцирование сложных функций. Инвариантность формы полного дифференциала. Производная по направлению и ее свойства. Градиент функции и его смысл. Частные производные высших порядков. Теорема о равенстве смешанных производных. Якобиан, матрица Гессе. Формула Тейлора для функции двух переменных. Понятие экстремума функции многих переменных. Необходимое и достаточное условия экстремума. Метод наименьших квадратов. Наибольшее и наименьшее значения функции в заданной области. Условный экстремум. Метод множителей Лагранжа. Приложения к экономическим проблемам.

#### **4.5. Первообразная и неопределенный интеграл.**

Первообразная функции и неопределенный интеграл. Свойства неопределенного интеграла. Метод замены переменной. Формула интегрирования по частям. Таблица неопределенных интегралов. Интегрирование простейших рациональных дробей. Интегрирование рациональных функций. Интегрирование выражений, содержащих тригонометрические функции. Неберущиеся интегралы.

#### **4.6. Определенный интеграл.**

Задачи, приводящие к понятию определенного интеграла. Определенный интеграл. Основные свойства определенного интеграла. Условия интегрируемости функций. Интеграл с переменным верхним пределом и его дифференцирование. Формула Ньютона-Лейбница. Замена переменной в определенном интеграле. Формула интегрирования по частям для определенного интеграла. Геометрические приложения определенных интегралов: вычисление площадей плоских фигур, объемов тел, длин дуг, площадей поверхностей вращения. Экономические приложения определенных интегралов. Несобственные интегралы и признаки их сходимости.

### **Раздел V. Дифференциальные и дискретные уравнения**

#### **5.1. Обыкновенные дифференциальные уравнения.**

Основные понятия теории обыкновенных дифференциальных уравнений, общее и частное решение. Математическое моделирование в экономике и технике с помощью дифференциальных уравнений. Задача Коши. Теорема существования и единственности решения. Дифференциальные уравнения первого порядка и методы их интегрирования. Линейные дифференциальные уравнения первого и второго порядков. Однородные и неоднородные линейные дифференциальные уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами и специальной правой частью. Характеристическое уравнение. Линейная независимость решений. Метод Лагранжа вариации произвольной постоянной. Системы линейных дифференциальных уравнений второго порядка с постоянными коэффициентами. Формула Коши. Общие понятия о дифференциальных уравнениях высших порядков. Понятия о краевых задачах для дифференциальных уравнений. Устойчивость решений дифференциальных уравнений по Ляпунову. Критерий устойчивости линейных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами. Приложения дифференциальных уравнений к решению экономических задач.

#### **5.2. Дифференциальные уравнения с частными производными.**

Общие сведения об уравнениях с частными производными. Постановка начальных задач для уравнений математической физики. Краевые задачи Дирихле, Неймана, смешанные краевые задачи. Корректность постановки задач математической физики. Методы Даламбера и Фурье решения уравнений математической физики.

#### **5.3. Дискретные уравнения.**

Дискретные (разностные) уравнения. Конечные разности. Экономические задачи, приводящие к разностным уравнениям. Общие понятия разностных уравнений. Однородные и неоднородные линейные разностные уравнения и

структура их общих решений. Решение линейных однородных разностных уравнений с постоянными коэффициентами. Системы дискретных уравнений и их свойства, методы нахождения их решений.

## **Раздел VI. Многочлены. Основы теории функций комплексной переменной**

### **6.1. Многочлены.**

Многочлены и их делимость. Теорема Безу. Основная теорема алгебры. Разложение многочлена на множители. Условия тождественности двух многочленов. Признак кратности корня многочлена и функции. Рациональные функции. Разложение рациональных функций на сумму простейших дробей. Методы нахождения коэффициентов разложения. Понятие об интерполяции и аппроксимации функций.

### **6.2. Основы теории функций комплексной переменной**

Основные понятия функций комплексной переменной. Конформные отображения. Преобразование Лапласа. Операционный метод и его приложения.

## **Раздел VII. Числовые и степенные ряды.**

### **7.1. Числовые ряды.**

Числовой ряд и его сумма. Действие над рядами. Простейшие свойства числовых рядов. Необходимое условие сходимости ряда. Гармонический ряд. Признаки сходимости числовых рядов: критерий Коши, признаки сравнения, признаки Даламбера и Коши, интегральный признак. Знакопеременные ряды, абсолютная и условная сходимость. Знакопеременные ряды, признак Лейбница. Оценка остатка ряда. Свойства абсолютно и условно сходящихся рядов.

### **7.2. Степенные ряды.**

Степенные ряды, теорема Абеля. Радиус, интервал и область сходимости степенного ряда. Непрерывность суммы, интегрирование и дифференцирование степенных рядов. Ряды Тейлора и Маклорена. Достаточные условия представления функции рядом Тейлора. Разложение основных элементарных функций в ряд Тейлора. Применение рядов Тейлора в приближенных вычислениях. Понятие о рядах Фурье.

## **Раздел VIII. Интегральное исчисление функций многих переменных**

### **8.1. Двойные интегралы.**

Задачи, приводящие к двойному интегралу. Определение двойного интеграла и его свойства. Вычисление двойных интегралов в декартовой системе координат. Изменение порядка интегрирования в двойном интеграле. Якобиан и его геометрический смысл. Замена переменных в двойных интегралах. Двойной интеграл в полярных системах координат.

### **8.2. Криволинейные интегралы.**

Задачи, приводящие к криволинейному интегралу 1-го рода. Свойства и вычисление криволинейных интегралов 1-го рода. Задачи, приводящие к криволинейному интегралу 2-го рода. Свойства и вычисление криволинейных интегралов 2-го рода. Независимость криволинейных интегралов от пути интегрирования. Формула Грина и ее применение к вычислению площадей плоских фигур.

## **Раздел IX. Основы численных методов**

### **9.1. Приближенные методы.**

Приближенные методы и их основные характеристики. Понятие об итерационных методах. Погрешности вычислений. Численные методы нахождения корней уравнений. Вычислительные методы оптимизации. Методы решения систем уравнений. Приближенные методы вычисления определенных интегралов. Численное интегрирование дифференциальных уравнений.

### **9.2. Компьютерные технологии приближенных вычислений.**

Краткие сведения об основных программных средствах для решения математических задач.

## **Раздел X. Теория вероятностей и математическая статистика**

### **10.1. Основные понятия и теоремы теории вероятностей.**

Предмет и метод теории вероятностей. Случайные события и операции над ними. Классификация событий. Алгебра событий. Полная группа событий. Частота и вероятность. Классическое определение вероятности. Геометрическое и статистическое определение вероятности. Элементы комбинаторики. Теоремы сложения и умножения вероятностей. Вероятность появления хотя бы одного из  $n$  событий, независимых в совокупности. Условная вероятность. Независимость событий. Формула полной вероятности и формула Байеса. Применение стохастического подхода к экономическим задачам.

### **10.2. Схема повторных независимых испытаний.**

Последовательность независимых повторных испытаний (схема Бернулли). Формула Бернулли. Наивероятнейшее число успехов в схеме Бернулли. Теорема Пуассона. Локальная и интегральная теоремы Муавра-Лапласа. Примеры экономических задач, для которых применима схема повторных испытаний Бернулли.

### **10.3. Случайные величины и их основные законы распределения.**

Случайные величины и их классификация. Дискретные и непрерывные величины. Законы распределения случайных величин. Функция распределения случайных величин и ее свойства. Плотность распределения непрерывной случайной величины и ее свойства. Вероятность попадания значений случайной величины в заданный промежуток. Математическое ожидание и дисперсия случайной величины. Среднее квадратическое отклонение. Мода и медиана, квантили, децили, начальные и центральные моменты. Асимметрия и эксцесс. Функции случайных величин. Биномиальный закон распределения. Закон Пуассона. Геометрическое и гипергеометрическое распределения. Равномерное распределение. Показательное распределение. Нормальный закон распределения. Правило трех сигма и его практическое значение. Функция Лапласа. Распределения «хи – квадрат», Стьюдента и Фишера-Снедекора.

### **10.4. Закон больших чисел и предельные теоремы.**

Неравенства Маркова и Чебышева. Сходимость по вероятности. Теоремы Чебышева и Бернулли. Центральная предельная теорема. Нормальное распределение как предельное для биномиального и пуассоновского распределений. Локальная и интегральная теоремы Лапласа как следствие теоремы Ляпунова. Значение закона больших чисел для практики.

### **10.5. Многомерные случайные величины.**

Таблица распределения. Функция распределения двумерной случайной величины и ее свойства. Плотность распределения двумерной случайной величины и ее свойства. Зависимые и независимые случайные величины. Корреляционный момент и его свойства. Коэффициент корреляции и его свойства. Нормальное двумерное распределение.

### **10.6. Элементы теории массового обслуживания.**

Основные понятия теории массового обслуживания. Поток событий. Марковские процессы. Уравнение Колмогорова. Процессы гибели и размножения. Системы массового обслуживания с отказами. Применение марковских цепей в экономике.

### **10.7. Основы математической статистики.**

Предмет математической статистики. Генеральная и выборочная совокупности. Понятие о выборочном методе. Вариационный ряд и его характеристики. Выборочные аналоги функций распределения. Полигон и гистограмма. Среднее арифметическое и его свойства. Выборочная дисперсия и ее свойства. Выборочные начальные и центральные моменты. Асимметрия. Эксцесс.

### **10.8. Статистическое оценивание.**

Понятие о точечной оценке числовой характеристики случайной величины, свойства точечной оценки. Точечные оценки математического ожидания и дисперсии. Частость как точечная оценка вероятности события. Методы получения точечных оценок. Интервальное оценивание параметров распределений. Доверительный интервал. Интервальное оценивание генеральной средней, генеральной дисперсии и генеральной доли. Предельная ошибка и необходимый объем выборки.

### **10.9. Проверка статистических гипотез.**

Понятие статистической гипотезы. Основные этапы проверки гипотезы. Уровень значимости и мощность критерия. Проверка гипотез о числовых значениях параметров нормального распределения. Проверка гипотезы о равенстве математических ожиданий двух нормальных распределений. Проверка гипотезы о равенстве дисперсий двух нормальных распределений. Проверка гипотезы о числовом значении вероятности события. Проверка гипотезы о равенстве вероятностей. Проверка гипотезы о модели закона распределения. Критерии согласия Пирсона и Колмогорова.

### **10.10. Основы дисперсионного анализа.**

Задача дисперсионного анализа и предварительная обработка результатов наблюдений. Основные понятия дисперсионного анализа. Условия проведения дисперсионного анализа. Критерий Бартлетта. Модель однофакторного дисперсионного анализа. Двухфакторный дисперсионный анализ с одним наблюдением. Модель двухфакторного дисперсионного анализа.

### **10.11. Корреляционно-регрессионный анализ.**

Функциональная, стохастическая и корреляционная зависимости. Модели и основные понятия корреляционного и регрессионного анализа. Функция регрессии. Линейная корреляционная зависимость и линии регрессии. Генеральное и выборочное корреляционные отношения как измерители степени корреляционной и стохастической зависимости. Коэффициент корреляции. Погрешность выборочного линейного уравнения регрессии. Проверка гипотезы о линейности функции регрессии. Примеры нелинейной функции регрессии. Мно-

жественная регрессия. Ранговая корреляция. Выборочный коэффициенты ранговой корреляции Спирмена и Кендалла, проверка их значимости.

## ИНФОРМАЦИОННО-МЕТОДИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ

### Основная литература:

- 1 Астровский, А. И. Высшая математика : учебник для студентов учреждений высшего образования по экономическим специальностям : в 2 ч. / А. И. Астровский, М. П. Дымков. – Минск : БГЭУ, 2022–2023. – Ч. 1. – 2022. – 415 с.
- 2 Астровский, А. И. Высшая математика : учебник для студентов учреждений высшего образования по экономическим специальностям : в 2 ч. / А. И. Астровский, М. П. Дымков. – Минск : БГЭУ, 2022–2023. – Ч. 2. – 2023. – 412 с.
- 3 Сборник задач и упражнений по высшей математике для студентов экономических специальностей : учебно-методическое пособие : в 2 ч. / Министерство образования Республики Беларусь, Белорусский государственный экономический университет ; [А. В. Конюх и др.]. – 2-е изд., переработанное. – Минск : БГЭУ, 2021. – Ч. 1. – 307 с.
- 4 Сборник задач и упражнений по высшей математике для студентов экономических специальностей : в 2 ч. / Министерство образования Республики Беларусь, УО "Белорусский государственный экономический университет". – Минск : БГЭУ, 2008–2009. – Ч. 2 / [Л.Н. Гайшун и др.]. – 2008. – 270 с.
- 5 Малинковский, Ю. В. Теория вероятностей : учебник для студентов учреждений высшего образования по математическим специальностям / Ю. В. Малинковский. - Минск : РИВШ, 2019. - 268 с.
- 6 Станишевская, Л. В. Теория вероятностей : практикум / Л. В. Станишевская, Л. С. Барковская ; М-во образования Респ. Беларусь, Белорус. гос. экон. ун-т. - 5-е изд., перераб. доп. - Минск : БГЭУ, 2023. - 146 с.

### Дополнительная литература:

- 1 Высшая математика : практикум для студентов экономических специальностей вузов : в 2 ч. / Министерство образования Республики Беларусь, УО "Белорусский государственный экономический университет". – Минск : БГЭУ, 2008–2011. – Ч. 1 / [А. В. Конюх и др.]. – 2008. – 253 с.
- 2 Высшая математика : практикум для студентов экономических специальностей вузов : в 2 ч. / Министерство образования Республики Беларусь, УО "Белорусский государственный экономический университет". – Минск : БГЭУ, 2008–2011. – Ч. 2 / [В. В. Косьянчук и др.]. – 2011. – 234, [1] с.
- 3 Гмурман, В. Е. Руководство к решению задач по теории вероятностей и математической статистике : учебное пособие для прикладного

- бакалавриата : для студентов высших учебных заведений всех направлений и специальностей / В. Е. Гмурман. – 11-е издание. – М.: Юрайт, 2020. – 416 с.
- 4 Письменный, Д. Т. Сборник задач по высшей математике : С контрольными работами : 2 курс : учебное пособие / Д. Т. Письменный. – М.: Айрис-пресс. 2019. – 589 с.
  - 5 Ильин, В. А. Высшая математика : учебник / В. А. Ильин, А. В. Куркина. – 3-е издание. – М.: Проспект, 2020. – 176 с.
  - 6 Шапкин, А. С. Задачи с решениями по высшей математике, теории вероятностей, математической статистике, математическому программированию : учеб. пособие / В. А. Шапкин, А. С. Шапкин. – М.: Дашков и К°, 2015. – 432 с.
  - 7 Кундышева, Е. С. Математика: учебник для экономистов / Е. С. Кундышева. – М.: Дашков и К°, 2015. – 562 с.
  - 8 Мачулис, В. В. Высшая математика: учебное пособие для вузов / В. В. Мачулис. – М.: Юрайт, 2016. – 306 с.
  - 9 Сборник задач по высшей математике : с контрольными работами / К. Н. Лунгу [и др.]. – 10-е изд. – М. : Айрис-пресс, 2017–. – (Высшее образование). – Ч. 1: [Линейная алгебра. Аналитическая геометрия. Основы математического анализа. Комплексные числа]. – 2017. – 574, [1] с.
  - 10 Сборник задач по теории вероятностей и математической статистике : пособие для специальностей 1-й ступени высшего образования, закрепленных за УМО / [Т. М. Кривоносова и др.]. – Минск : БГУИР, 2017. – 67 с.

## **Методические рекомендации по организации самостоятельной работы студентов по учебной дисциплине «Высшая математика»**

Основной теоретический материал излагается на лекциях и закрепляется на практических занятиях. Текущий контроль осуществляется путем опроса на практических занятиях, проведения самостоятельных и выполнения индивидуальных заданий. В течение каждого семестра предусматривается проведение по одной двухчасовой расчетно-графической работе. Итоговый контроль осуществляется в виде семестровых экзаменов в первом, втором и третьем семестрах.

В овладении знаниями учебной дисциплины важным этапом является самостоятельная работа студентов. Рекомендуется бюджет времени для самостоятельной работы в среднем 2-2,5 часа на 2-х часовое аудиторное занятие. Основными направлениями самостоятельной работы студента являются:

- 1) первоначально подробное ознакомление с программой учебной дисциплины;
- 2) ознакомление со списком рекомендуемой литературы по дисциплине в целом и ее разделам, наличием ее в библиотеке и других доступных источниках, изучение необходимой литературы по теме, подбор дополнительной литературы;
- 3) изучение и расширение лекционного материала преподавателя за счет специальной литературы, консультаций;
- 4) подготовка к практическим занятиям с изучением основной и дополнительной литературы;
- 5) подготовка к выполнению диагностических форм контроля (расчетно-графические работы, тесты, коллоквиумы, контрольные работы и т.п.);
- б) подготовка к экзаменам.

### **Перечень рекомендуемых средств диагностики**

Для диагностики компетенций по учебной дисциплине «Высшая математика» могут использоваться следующие формы: устная, письменная, устно-письменная и техническая.

К устной форме диагностики компетенций относятся опросы; доклады на практических занятиях и др.

К письменной форме диагностики компетенций относятся тесты, контрольные работы, расчетно-графические работы, рефераты, деловые игры и др.

К устно-письменной форме диагностики компетенций относятся презентации, отчеты по домашним заданиям с их устной защитой и др.

К технической форме диагностики компетенций относятся электронные тесты и др.