

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ РЕСПУБЛИКИ БЕЛАРУСЬ
Учебно-методическое объединение по педагогическому образованию

УТВЕРЖДАЮ

Первый заместитель Министра
образования Республики Беларусь
_____ И.А.Старовойтова

Регистрационный № ТД _____ /тип.

ВВЕДЕНИЕ В АНАЛИЗ

**Типовая учебная программа по учебной дисциплине
для специальности
1-02 05 01 Математика и информатика**

СОГЛАСОВАНО

Председатель учебно-методического
объединения по педагогическому
образованию

_____ А.И.Жук

СОГЛАСОВАНО

Начальник Главного управления
профессионального образования
Министерства образования
Республики Беларусь

_____ С.А.Касперович

СОГЛАСОВАНО

Начальник Главного управления
общего среднего, дошкольного
и специального образования
Министерства образования
Республики Беларусь

_____ М.С.Киндиренко

СОГЛАСОВАНО

Проректор по научно-методической
работе Государственного учреждения
образования «Республиканский
институт высшей школы»

_____ И.В.Титович

Эксперт-нормоконтролер

СОСТАВИТЕЛИ:

Гуло И.Н., заведующий кафедрой математики и методики преподавания математики физико-математического факультета учреждения образования «Белорусский государственный педагогический университет имени Максима Танка», кандидат физико-математических наук, доцент;

Шалик Э.В., доцент кафедры математики и методики преподавания математики физико-математического факультета учреждения образования «Белорусский государственный педагогический университет имени Максима Танка», кандидат физико-математических наук, доцент.

РЕЦЕНЗЕНТЫ:

Кафедра теории функций Белорусского государственного университета (протокол № 10 от 30.04.2021 г.);

Шилинец В.А., заведующий кафедрой высшей математики учреждения образования федерации профсоюзов образования «Международный университет «МИТСО», кандидат физико-математических наук, доцент.

РЕКОМЕНДОВАНА К УТВЕРЖДЕНИЮ В КАЧЕСТВЕ ТИПОВОЙ:

Кафедрой математики и методики преподавания математики физико-математического факультета учреждения образования «Белорусский государственный педагогический университет имени Максима Танка» (протокол № 11 от 25.05.2021 г.);

Научно-методическим советом учреждения образования «Белорусский государственный педагогический университет имени Максима Танка» (протокол № 6 от 26.05.2021 г.);

Научно-методическим советом по физико-математическому образованию и технологии учебно-методического объединения по педагогическому образованию (протокол № 2 от 04.06.2021 г.).

Ответственный за редакцию: И.Н.Гуло

Ответственный за выпуск: И.Н.Гуло

ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

Учебная дисциплина «Введение в анализ» входит в модуль «Математический анализ», который относится к циклу специальных дисциплин государственного компонента.

Математический анализ – это раздел математики с характерным объектом изучения – переменной величиной, своеобразным методом исследования – анализом при помощи бесконечно малых или при помощи предельных переходов, определенной системой основных понятий – функция, предел, производная.

В учебной дисциплине «Введение в анализ» изложены начальные главы математического анализа, посвященные теории пределов и непрерывным функциям, введен класс элементарных функций.

Современная система образования нуждается в специалистах, которые способны самостоятельно, творчески и качественно выполнять свои профессиональные обязанности. Поэтому преподавание математического анализа в учреждении высшего образования должно быть организовано таким образом, чтобы будущие преподаватели математики и информатики средних общеобразовательных учреждений смогли приобрести необходимые профессиональные навыки.

Учебная дисциплина «Введение в анализ» является профильной и входит в цикл специальных дисциплин. Методы и аппарат математического анализа находят свое широкое использование и в других математических учебных дисциплинах, а также в информатике и физике.

Целью учебной дисциплины «Введение в анализ» являются формирование систематических знаний о современных методах теории функций, овладение фундаментальными понятиями предельного перехода и прочными навыками их использования для решения теоретических и практических задач.

В процессе изучения учебной дисциплины «Введение в анализ» перед преподавателем ставятся следующие **задачи**:

- уточнение понятий действительного числа, множества, функции;
- изучение понятия предела и освоение этого понятия с целью практического использования при решении различных задач математики;
- развитие теории пределов и связанного с этой теорией понятия непрерывности функции;
- создание базы для освоения основных понятий дифференциального и интегрального исчисления и методов современной математики;
- развитие способности к абстрактному мышлению, преобразуя математические знания в инструмент познания окружающего мира.

Учебная дисциплина «Введение в анализ» относится к циклу специальных дисциплин государственного компонента и является базовой для преподавания большинства математических курсов. Наиболее тесной является связь с такими учебными дисциплинами как «Дифференциальное исчисление», «Интегральное исчисление и ряды».

При изучении учебной дисциплины необходимо постоянно подчеркивать прикладной характер и взаимосвязь основных понятий математического анализа, показывать их конкретное применение в технике, производстве, быту.

Программа учитывает особенности преподавания основ математического анализа будущим учителям математики и информатики, что выражается, прежде всего, наличием многочисленных иллюстраций использований математического анализа в физике и информатике.

В процессе реализации программы целесообразно обращать внимание на организацию учебно-исследовательской работы студентов. Эта работа органично включается в учебный процесс при соединении со всеми видами занятий.

В результате изучения учебной дисциплины студент должен

знать:

понятия предела и непрерывности функций одной и нескольких действительных переменных;

свойства непрерывных функций;

основные элементарные функции.

уметь:

находить пределы последовательностей и функций;

исследовать на непрерывность функции и строить их графики;

сравнивать способы введения основных элементарных функций в школе и учреждении высшего образования;

пользоваться учебно-методической и справочной литературой.

владеть:

основными методами теории пределов;

методами доказательств и аналитического исследования функций на непрерывность;

навыками самообразования и способами использования аппарата математического анализа при проведении математических и межпредметных исследований.

Освоение учебной дисциплины «Введение в анализ», входящей в модуль «Математический анализ», должно обеспечить формирование базовой профессиональной компетенции: использовать методы решения задач дифференциального исчисления для осуществления учебно-исследовательской деятельности.

Данная программа является основным документом, определяющим объем и содержание учебной дисциплины «Введение в анализ» для студентов педагогических учреждений высшего образования, обучающихся по специальности 1-02 05 01 Математика и информатика. На ее основе в каждом учебном заведении соответствующие кафедры разрабатывают учебные программы с учетом индивидуальных особенностей учреждения высшего образования и кафедр. Кафедры имеют право перераспределять часы по темам учебной дисциплины, изменять порядок изучения

программного материала (в соответствии с нормативными документами Министерства образования Республики Беларусь). Некоторые вопросы программы по решению кафедр могут выноситься для самостоятельного изучения студентами или рассматриваться только на практических занятиях.

Типовым учебным планом на изучение учебной дисциплины «Математический анализ» предусмотрено всего 110 часов, из которых 50 часов составляют аудиторные занятия: лекции – 16 часов, практические занятия -34 часа.

Рекомендуемые формы текущей аттестации – экзамен.

ПРИМЕРНЫЙ ТЕМАТИЧЕСКИЙ ПЛАН

№	Наименование раздела, темы	Всего аудиторных часов	Распределение аудиторного времени по видам занятий	
			лекции	практические занятия
РАЗДЕЛ 1. ВВЕДЕНИЕ В АНАЛИЗ		38	12	26
1.1	Множества	3	1	2
1.2	Функции	5	1	4
1.3	Предел числовой последовательности	10	2	8
1.4	Предел функции	10	4	6
1.5	Непрерывные функции и их свойства	10	4	6
РАЗДЕЛ 2. ЭЛЕМЕНТАРНЫЕ ФУНКЦИИ		12	4	8
2.1	Степенная функция	6	2	4
2.2	Показательная и логарифмическая функции	2		2
2.3	Тригонометрические и обратные тригонометрические функции	3	1	2
2.4	Элементарные функции	1	1	
Итого:		50	16	34

СОДЕРЖАНИЕ УЧЕБНОГО МАТЕРИАЛА

Раздел 1. Введение в анализ

Тема 1.1. Множества

Понятие множество и операции над ними. Множество действительных чисел, числовая прямая. Числовые промежутки. Окрестность точки (на числовой прямой, плоскости, пространстве) и её свойства. Ограниченные и неограниченные числовые множества. Точная верхняя граница (верхняя грань) и точная нижняя граница (нижняя грань). Аксиома Архимеда. Неравенство Бернулли.

Тема 1.2. Функции

Декартово произведение множеств. Соответствие между множествами. Определение функции. Сужение функции. Композиция функций. Действительная функция действительной переменной. График функции. Способы задания функции. Монотонные функции. Ограниченные и неограниченные, периодические, четные, нечетные функции.

Тема 1.3. Предел числовой последовательности

Определение числовой последовательности. Определение предела числовой последовательности. Сходящиеся и расходящиеся последовательности. Единственность предела.

Понятия бесконечно малой и бесконечно большой последовательностей. Основные свойства бесконечно малых последовательностей. Ограниченные и неограниченные последовательности. Ограниченность сходящейся последовательности. Арифметические операции над сходящимися последовательностями. Предельный переход в неравенствах.

Возрастающие, убывающие, неубывающие, невозрастающие последовательности. Теорема о пределе неубывающей ограниченной сверху последовательности. Число " e " как предел последовательности.

Последовательности вложенных отрезков. Принцип вложенных отрезков Кантора.

Понятие подпоследовательности. Теорема Больцано-Вейерштрасса о существовании сходящейся подпоследовательности в ограниченной последовательности. Теорема о сходимости подпоследовательности сходящейся последовательности.

Понятие фундаментальной последовательности. Критерий Коши существования предела последовательности.

Тема 1.4. Предел функции

Предельные и изолированные точки множества. Определение предела функции в точке по Коши, по Гейне. Геометрическая интерпретация. Эквивалентность определений предела функции по Коши и по Гейне.

Единственность предела, локальная ограниченность функции, имеющей конечный предел. Теоремы о пределе суммы, произведения, частного функций, имеющих пределы в точке. Предельный переход в

неравенствах. Первый замечательный предел. Критерий Коши существования предела функции.

Определение односторонних пределов, конечные пределы на бесконечности. Бесконечные пределы.

Композиция функций, теорема о пределе сложной функции. Второй замечательный предел. Предел функции по множеству.

Понятия бесконечно малой и бесконечно большой функций. Основные свойства бесконечно малых функций. Сравнение бесконечно малых и бесконечно больших функций.

Тема 1.5. Непрерывные функции и их свойства

Понятие непрерывности функции в точке (различные формулировки определения непрерывности). Односторонняя непрерывность. Точки разрыва функции и их классификация. Непрерывность функции на множестве. Непрерывность суммы, произведения, частного двух функций. Примеры. Локальная ограниченность непрерывной в точке функции. Непрерывность сложной функции.

Свойства функций непрерывных на отрезке. Теорема об области значений непрерывной на промежутке функции.

Теорема о существовании и непрерывности обратной функции. Понятие равномерной непрерывности. Теорема Кантора.

Раздел 2. Элементарные функции

Тема 2.1. Степенная функция

Степенная функция с натуральным и целым показателем степени (определение, свойства).

Понятие арифметического корня. Существование арифметического корня. Степенная функция с рациональным показателем. Определение и свойства степени положительного числа с рациональным показателем.

Определение и свойства степени положительного числа с иррациональным показателем. Степенная функция с действительным показателем.

Тема 2.2. Показательная и логарифмическая функции

Определение, свойства, график показательной функции.

Существование логарифмов. Логарифмическая функция и ее свойства. Связь между логарифмами с различными основами.

Тема 2.3. Тригонометрические и обратные тригонометрические функции

Тригонометрические функции (определение, основные свойства). Обратные тригонометрические функции (определение, основные свойства).

Тема 2.4. Элементарные функции

Элементарные функции. Теорема о непрерывности элементарных функций.

ИНФОРМАЦИОННО-МЕТОДИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ

Основная литература

1. Булатов, В.И. Множества и операции над ними. Метод математической индукции. Грани множеств : учеб. материалы для студентов фак. прикладной математики и информатики / В. И. Булатов, В. Г. Голухов, С. А. Мазаник. – Минск : Беларус. гос. ун-т, 2018. – 36 с.
2. Кастрица, О. А. Математический анализ : конспект лекций для студентов специальности 1-31 03 04 «Информатика» : в 3 ч. / О. А. Кастрица. – Минск : Беларус. гос. ун-т, 2017. – Ч. 1. – 52 с.
3. Кастрица, О. А. Математический анализ : конспект лекций для студентов специальности 1-31 03 04 «Информатика» : в 3 ч. / О. А. Кастрица. – Минск : Беларус. гос. ун-т, 2018. – Ч. 2. – 51 с.
4. Кастрица, О. А. Математический анализ: краткий курс : учеб. пособие / О. А. Кастрица, С. А. Мазаник. – Минск : Беларус. гос. ун-т, 2017. – 299 с.
5. Кротов, В. Г. Математический анализ : учеб. пособие / В. Г. Кротов. – Минск : Беларус. гос. ун-т, 2017. – 376 с.
6. Леваков, А. А. Математический анализ [Электронный ресурс] : учеб. пособие / А. А. Леваков // Электронная библиотека БГУ. – Режим доступа: <http://elib.bsu.by/handle/123456789/113453>. – Дата доступа: 28.04.2021.
7. Математический анализ [Электронный ресурс] : учеб.-метод. комплекс / сост.: И. Н. Гуло, Э. В. Шалик // Репозиторий БГПУ. – Режим доступа: <http://elib.bspu.by/handle/doc/44472>. – Дата доступа: 28.04.2021.

Дополнительная литература

1. Гусак, А. А. Математический анализ и дифференциальные уравнения: примеры и задачи : учеб. пособие для студентов учреждений высш. образования по естественнонауч. специальностям / А. А. Гусак. – 6-е изд. – Минск : ТетраСистемс, 2011. – 416 с.
2. Демидович, Б. П. Сборник задач и упражнений по математическому анализу / Б. П. Демидович. – М.: АСТ: Астрель, 2010. – 558 с.
3. Индивидуальные занятия по высшей математике : учеб. пособие : в 4 ч. / А. П. Рябушко [и др.] ; под общ. ред. А. П. Рябушко. – 4-е изд., испр. – Минск : Выш. шк., 2009. – Ч. 2 : Комплексные числа. Неопределенные и определенные интегралы. Функции нескольких переменных. Обыкновенные дифференциальные уравнения. – 396 с.
4. Практикум по математическому анализу, алгебре и геометрии : практикум для студентов вузов : в 4 ч. / А. А. Черняк [и др.]. – Минск : Беларус. гос. пед. ун-т, 2012. – Ч. 1 : Введение в анализ. Дифференциальное исчисление функций одной переменной. – 84 с.

5. Сурин, Т. Л. Сборник практических заданий по математическому анализу. Дифференциальное и интегральное исчисление функций многих переменных : пособие / Т. Л. Сурин, Ж. В. Иванова, С. Шерегов. – Витебск : Витеб. гос. ун-т, 2016. – 52 с.

6. Фихтенгольц, Г. М. Курс дифференциального и интегрального исчисления : в 3 т. / Г. М. Фихтенгольц. – Изд. 8-е. – М. : ФИЗМАТЛИТ : Лаб. знаний, 2003. – Т. 1. – 680 с.

7. Фихтенгольц, Г. М. Курс дифференциального и интегрального исчисления : в 3 т. / Г. М. Фихтенгольц. – Изд. 8-е. – М. : ФИЗМАТЛИТ : Лаб. знаний, 2003. – Т. 2. – 864 с.

8. Фихтенгольц, Г. М. Курс дифференциального и интегрального исчисления : в 3 т. / Г. М. Фихтенгольц. – Изд. 8-е. – М. : ФИЗМАТЛИТ : Лаб. знаний, 2003. – Т. 3. – 728 с.

РЕКОМЕНДУЕМЫЕ ФОРМЫ И МЕТОДЫ ОБУЧЕНИЯ

Основными **методами** обучения, отвечающими целям учебной дисциплины, являются: методы проблемного обучения (проблемное изложение, частично-поисковый и исследовательский методы), интерактивные методы, которые способствуют поддержанию оптимального уровня активности.

Для освоения данной учебной дисциплины предусмотрены следующие **формы работы**: лекции, практические занятия, самостоятельное изучение материала. На лекциях излагается теоретический материал учебной дисциплины. Практические занятия должны быть направлены на приобретение студентами навыков использования полученных теоретических знаний при решении конкретных математических задач. Методика их организации и проведения должна способствовать развитию креативных способностей каждого студента и приобретению ими навыков самостоятельной работы.

ПЕРЕЧЕНЬ РЕКОМЕНДУЕМЫХ СРЕДСТВ ДИАГНОСТИКИ РЕЗУЛЬТАТОВ УЧЕБНОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ

Тестовые задания по темам. Диагностические работы к каждому занятию. Индивидуальные самостоятельные работы. Для оценки достижений и уровня знаний студента при изучении дисциплины рекомендуется применить комплексный инструментарий, который включает:

- контроль выполнения заданий;
- отчет о выполнении заданий (проектов);
- экспресс контроль (диагностические работы, тесты).

С целью текущего контроля предусматривается проведение двух контрольных работ по первому разделу.

МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ ПО ОРГАНИЗАЦИИ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ СТУДЕНТОВ

Использование при подготовке к занятию разработанных материалов для выполнения индивидуальных заданий репродуктивного характера.

Выполнение самостоятельной работы с использованием опорных конспектов. Использование электронных материалов, разработанных в рамках дистанционного обучения.

Необходимые компоненты самостоятельной работы:

1. Использование при подготовке к занятию разработанных материалов для выполнения индивидуальных.
2. Выполнение самостоятельной работы с использованием УМК.
3. Использование электронных материалов, разработанных в рамках дистанционного обучения.

Основными **задачами** самостоятельной работы студентов являются:

углубление знаний, умений навыков, способов деятельности студентов, полученных в ходе плановых учебных занятий;

подготовка студентов к занятиям, к промежуточному и итоговому контролю;

формирование навыков самостоятельной учебной деятельности, формирование навыков проектной деятельности;

Самостоятельная работа студентов проводится в объеме, предусмотренном учебным планом.