

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ РЕСПУБЛИКИ БЕЛАРУСЬ
Учебно-методическое объединение по педагогическому образованию

УТВЕРЖДАЮ

Первый заместитель Министра
образования Республики Беларусь
_____ А.Г.Баханович

Регистрационный № _____

ПРАКТИКУМ ПО РЕШЕНИЮ ЗАДАЧ ПО АЛГЕБРЕ

**Примерная учебная программа по учебной дисциплине
для специальности
6-05-0113-04 Физико-математическое образование
(математика и информатика)**

СОГЛАСОВАНО

Председатель учебно-методического
объединения по педагогическому
образованию

_____ А.И.Жук

СОГЛАСОВАНО

Начальник Главного управления
профессионального образования
Министерства образования
Республики Беларусь

_____ С.Н.Пищов

СОГЛАСОВАНО

Начальник Главного управления
общего среднего, дошкольного
и специального образования
Министерства образования
Республики Беларусь

_____ М.С.Киндиренко

СОГЛАСОВАНО

Проректор по научно-методической
работе Государственного учреждения
образования «Республиканский
институт высшей школы»

_____ И.В.Титович

Эксперт-нормоконтролер

СОСТАВИТЕЛИ:

Е.П.Кузнецова, доцент кафедры математики и методики преподавания математики физико-математического факультета учреждения образования «Белорусский государственный педагогический университет имени Максима Танка», кандидат педагогических наук, доцент;

Л.Л.Тухолко, доцент кафедры математики и методики преподавания математики физико-математического факультета учреждения образования «Белорусский государственный педагогический университет имени Максима Танка», кандидат педагогических наук, доцент

РЕЦЕНЗЕНТЫ:

Кафедра геометрии, топологии и методики преподавания математики Белорусского государственного университета (протокол № 12 от 23.05.2023);

Е.П.Гринько, доцент кафедры прикладной математики и информатики учреждения образования «Брестский государственный университет имени А.С.Пушкина», кандидат педагогических наук, доцент

РЕКОМЕНДОВАНА К УТВЕРЖДЕНИЮ В КАЧЕСТВЕ ПРИМЕРНОЙ:

Кафедрой математики и методики преподавания математики физико-математического факультета учреждения образования «Белорусский государственный педагогический университет имени Максима Танка» (протокол № 11 от 28.04.2023);

Научно-методическим советом учреждения образования «Белорусский государственный педагогический университет имени Максима Танка» (протокол № 7 от 11.07.2023);

Научно-методическим советом по физико-математическому и технологическому образованию учебно-методического объединения по педагогическому образованию (протокол № 2 от 12.07.2023)

Ответственный за редакцию: Л.Л.Тухолко

Ответственный за выпуск: Л.Л.Тухолко

ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

Примерная учебная программа по учебной дисциплине «Практикум по решению задач по алгебре» разработана для учреждений высшего образования в соответствии с требованиями образовательного стандарта общего высшего образования по специальности 6-05-0113-04 «Физико-математическое образование (математика и информатика)».

Целью учебной дисциплины «Практикум по решению задач по алгебре» является овладение студентами научными основами школьного курса математики, общими и частными методами и приемами решения алгебраических задач, развитие навыков творческой поисковой математической деятельности.

Задачи учебной дисциплины:

- обеспечить усвоение студентами свойств числовых множеств; содержания алгебраических и тригонометрических понятий; формул и теорем школьного курса алгебры; методов и приемов преобразования выражений, доказательства тождеств и неравенств; общих подходов к решению уравнений и неравенств, методов и приемов их решения, а также систем уравнений и неравенств; типологии текстовых задач и методов их решения;

- сформировать умения рационально выполнять вычисления, тождественные преобразования алгебраических и трансцендентных выражений; решать уравнения, неравенства и их системы; моделировать условия текстовых задач и решать их; строить графики функций с использованием преобразований и применять свойства функций к решению уравнений, неравенств и их систем;

- приобщить студентов к систематической деятельности по решению заданий по алгебре повышенной сложности; поиску различных способов их решения; составлению задач на применение различных методов и приемов решения; а также к анализу материалов выпускных, конкурсных и вступительных испытаний.

Содержание программы рассчитано на реализацию межпредметных связей с учебными дисциплинами «Высшая алгебра», «Аналитическая геометрия», «Математический анализ» и является базой для изучения учебных дисциплин «Практикум по решению задач по геометрии», «Общая методика обучения математике» и «Частная методика обучения математике».

В результате изучения учебной дисциплины студент должен

знать:

- свойства числовых множеств и их элементов, определения алгебраических и тригонометрических понятий, их свойства, формулы и теоремы школьного курса алгебры;

- методы и приемы вычислений, преобразования выражений, доказательства тождеств, построения графиков функций;

- общие подходы к решению уравнений, неравенств и их систем, а также

методы и приемы их реализации;

типологию текстовых задач и методы их решения;

методы и приемы решения заданий с параметрами;

уметь:

вычислять значения выражений, применять свойства чисел на практике;

выполнять тождественные преобразования выражений;

решать уравнения, неравенства и их системы, текстовые задачи;

владеть:

методами решения уравнений, неравенств и их систем;

методами использования свойств функций и их графиков при решении заданий алгебраического компонента школьного курса математики;

методами решения текстовых задач и заданий с параметрами;

навыками аргументации выбора методов и приемов решений заданий, корректного оформления их записи.

Освоение учебной дисциплины «Практикум по решению задач по алгебре» должно обеспечить формирование **базовой профессиональной компетенции**: применять систему знаний и навыков по элементарной математике для обучения школьников алгебре и геометрии, методы и технологии алгоритмизации и программирования для реализации учебного процесса.

В рамках образовательного процесса по данной учебной дисциплине студент должен приобрести не только теоретические и практические знания, умения и навыки по специальности, но и развить свой ценностно-личностный, духовный потенциал, сформировать качества патриота и гражданина, готового к активному участию в экономической, производственной, социально-культурной и общественной жизни страны.

Примерная учебная программа по учебной дисциплине «Практикум по решению задач по алгебре» рассчитана на 238 учебных часов, из них 124 часа аудиторных. Примерное распределение аудиторных часов по видам занятий: лекции – 42 часа, практические занятия – 82 часа.

Рекомендуемые формы промежуточной аттестации – зачет, экзамен.

ПРИМЕРНЫЙ ТЕМАТИЧЕСКИЙ ПЛАН

№	Наименование раздела, темы	Всего аудиторных часов	из них	
			лекции	практические
РАЗДЕЛ 1. ЧИСЛОВЫЕ МНОЖЕСТВА. АЛГЕБРАИЧЕСКИЕ ВЫРАЖЕНИЯ		24	10	14
1.1	Натуральные числа. Индукция	4	2	2
1.2	Числовые последовательности	4	2	2
1.3	Целые, рациональные, действительные числа	6	2	4
1.4	Алгебраические выражения	6	2	4
1.5	Числовые неравенства	4	2	2
РАЗДЕЛ 2. АЛГЕБРАИЧЕСКИЕ УРАВНЕНИЯ, НЕРАВЕНСТВА И ИХ СИСТЕМЫ		30	10	20
2.1	Рациональные уравнения	6	2	4
2.2	Рациональные неравенства	6	2	4
2.3	Уравнения и неравенства, содержащие переменную под знаком модуля	4	2	2
2.4	Иррациональные уравнения и неравенства	6	2	4
2.5	Системы и совокупности уравнений и неравенств	2		2
2.6	Текстовые задачи	6	2	4
РАЗДЕЛ 3. ФУНКЦИИ, ГРАФИКИ ФУНКЦИЙ И УРАВНЕНИЙ		34	10	24
3.1	Графики функций и уравнений	6	2	4
3.2	Функциональный подход к решению уравнений, неравенств и их систем	6	2	4
3.3	Показательная функция. Показательные уравнения и неравенства	8	2	6
3.4	Логарифмическая функция. Логарифмические уравнения и неравенства	6	2	4
3.5	Уравнения и неравенства с параметрами	8	2	6
РАЗДЕЛ 4. ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИЕ ФУНКЦИИ, УРАВНЕНИЯ, НЕРАВЕНСТВА И ИХ СИСТЕМЫ		36	12	24
4.1	Определения тригонометрических выражений	4	2	2
4.2	Тождественные преобразования тригонометрических выражений	10	4	6
4.3	Тригонометрические функции	6	2	4
4.4	Тригонометрические уравнения и их системы	10	2	8
4.5	Тригонометрические неравенства	6	2	4
Итого:		124	42	82

СОДЕРЖАНИЕ УЧЕБНОГО МАТЕРИАЛА

РАЗДЕЛ 1 ЧИСЛОВЫЕ МНОЖЕСТВА. АЛГЕБРАИЧЕСКИЕ ВЫРАЖЕНИЯ

Тема 1.1. Натуральные числа. Индукция.

Аксиоматическое построение множества натуральных чисел. Свойства множества натуральных чисел. Полная и неполная индукции. Метод математической индукции.

Применение индукции при решении задач из различных разделов математики.

Тема 1.2. Числовые последовательности.

Понятие числовой последовательности. Способы задания и виды числовых последовательностей. Арифметическая и геометрическая прогрессии. Бесконечно убывающая геометрическая прогрессия.

Применение свойств арифметической и геометрической прогрессий к решению задач.

Тема 1.3. Целые, рациональные, действительные числа.

Множество целых чисел. Действия над целыми числами. Отношение делимости. Признаки делимости.

Простые и составные числа. Деление с остатком. НОД и НОК.

Множество рациональных чисел. Действия над рациональными числами. Степень с натуральным и целым показателями и ее свойства.

Множество действительных чисел. Действия над действительными числами. Корень n -ой степени. Арифметический корень n -ой степени. Степень с рациональным и действительным показателями.

Тема 1.4. Алгебраические выражения.

Виды алгебраических выражений. Многочлены. Действия над многочленами. Формулы сокращенного умножения. Делимость многочленов.

Тождественные преобразования целых рациональных, дробно-рациональных и иррациональных выражений.

Тема 1.5. Числовые неравенства.

Числовые неравенства и их свойства. Неравенства, связывающие средние чисел: арифметическое, геометрическое, гармоническое и квадратичное чисел. Методы доказательства неравенств.

Применение свойств числовых неравенств и методов их доказательства при решении задач.

РАЗДЕЛ 2 АЛГЕБРАИЧЕСКИЕ УРАВНЕНИЯ, НЕРАВЕНСТВА И ИХ СИСТЕМЫ

Тема 2.1. Рациональные уравнения.

Понятие уравнения. Корень уравнения. Теоремы о равносильных уравнениях. Линейные и квадратные уравнения. Теорема Виета.

Уравнение-следствие. Типы рациональных уравнений. Общие подходы к решению рациональных уравнений, методы и приемы их реализации.

Тема 2.2. Рациональные неравенства.

Понятие неравенства с одной переменной. Теоремы о равносильных неравенствах. Линейные и квадратные неравенства.

Общие подходы к решению рациональных неравенств, методы и приемы их реализации.

Тема 2.3. Уравнения и неравенства, содержащие переменную под знаком модуля.

Типы уравнений и неравенств, содержащих переменную под знаком модуля, методы и приёмы их решения.

Тема 2.4. Иррациональные уравнения и неравенства.

Типы иррациональных уравнений и неравенств. Общие подходы к решению иррациональных уравнений и неравенств, методы и приемы их реализации.

Тема 2.5. Системы и совокупности уравнений и неравенств.

Понятия системы уравнений и совокупности уравнений с несколькими переменными. Теоремы о равносильных системах уравнений. Теоремы о равносильных системах неравенств. Типы систем уравнений, методы и приемы их решения.

Тема 2.6. Текстовые задачи.

Моделирование реальных процессов. Различные типологии текстовых задач.

Методы и приемы решения разных типов текстовых задач.

РАЗДЕЛ 3 ФУНКЦИИ, ГРАФИКИ ФУНКЦИЙ И УРАВНЕНИЙ

Тема 3.1. Графики функций и уравнений.

Понятие графика функции. Геометрические преобразования графика функции (растяжение, сжатие, параллельный перенос и др.).

Построение графиков уравнений и сложных функций.

Тема 3.2. Функциональный подход к решению уравнений, неравенств и их систем.

Использование области определения функций, их свойств и графиков для решения уравнений, неравенств и их систем.

Тема 3.3. Показательная функция. Показательные уравнения и неравенства.

Показательная функция и ее свойства. Определение и основные свойства логарифма. Преобразование логарифмических выражений.

Типы показательных уравнений и неравенств. Общие подходы к решению показательных уравнений и неравенств, методы и приемы их реализации.

Тема 3.4. Логарифмическая функция. Логарифмические уравнения и неравенства.

Логарифмическая функция и ее свойства. Типы логарифмических уравнений и неравенств.

Общие подходы к решению логарифмических уравнений и неравенств, методы и приемы их реализации.

Тема 3.5. Уравнения и неравенства с параметрами.

Общие подходы к решению уравнений и неравенств с параметрами, методы и приемы их реализации при решении линейных уравнений и неравенств с параметром.

Квадратные уравнения и неравенства с параметром.

Иррациональные уравнения и неравенства с параметром. Уравнения и неравенства с параметром, содержащие переменную под знаком модуля.

РАЗДЕЛ 4 ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИЕ ФУНКЦИИ, УРАВНЕНИЯ, НЕРАВЕНСТВА И ИХ СИСТЕМЫ

Тема 4.1. Определение тригонометрических выражений.

Определение понятий синуса, косинуса, тангенса и котангенса острого угла прямоугольного треугольника, произвольного угла, числа. Определение выражений арксинус, арккосинус, арктангенс и арккотангенс числа.

Нахождение значений тригонометрических выражений с использованием тригонометрической окружности, линий тангенса и котангенса для произвольного угла и для числа.

Тема 4.2. Тождественные преобразования тригонометрических выражений.

Основные группы формул для тождественных преобразований тригонометрических выражений.

Приемы преобразования тригонометрических выражений. Доказательство тригонометрических тождеств.

Тема 4.3. Тригонометрические функции.

Функции $y=\sin x$, $y=\cos x$, $y=\operatorname{tg} x$, $y=\operatorname{ctg} x$ и обратные тригонометрические функции, их свойства и графики.

Построение графиков сложных тригонометрических функций с использованием геометрических преобразований.

Тема 4.4. Тригонометрические уравнения и их системы.

Простейшие тригонометрические уравнения. Типология тригонометрических уравнений. Методы решения тригонометрических уравнений.

Приемы отбора корней тригонометрических уравнений.

Решение систем тригонометрических уравнений.

Тема 4.5. Тригонометрические неравенства.

Простейшие тригонометрические неравенства. Решение тригонометрических неравенств методом интервалов.

Применение свойств тригонометрических функций к решению уравнений и неравенств.

ИНФОРМАЦИОННО-МЕТОДИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ

ОСНОВНАЯ ЛИТЕРАТУРА

1. Сборник заданий для выпускного экзамена по учебному предмету «Математика» за период обучения и воспитания на II ступени общего среднего образования / сост.: В. В. Беньяш-Кривец [и др.]. – 2-е изд. – Минск : Нац. ин-т образования : Аверсэв, 2021. – 96 с.
2. Сборник заданий для выпускного экзамена по учебному предмету «Математика» за период обучения и воспитания на III ступени общего среднего образования / сост.: В. В. Беньяш-Кривец [и др.]. – 5-е изд. – Минск : Нац. ин-т образования : Аверсэв, 2021. – 160 с.
3. Сборник заданий для подготовки к выпускному экзамену по учебному предмету «Математика» за период обучения и воспитания на II ступени общего среднего образования : пособие для учителей учреждения общ. сред. образования / сост.: В. В. Беньяш-Кривец [и др.]. – 2-е изд. – Минск : Нац. ин-т образования : Аверсэв, 2021. – 448 с.
4. Сборник заданий для подготовки к выпускному экзамену по учебному предмету «Математика» за период обучения и воспитания на III ступени общего среднего образования: базовый уровень : пособие для учителей учреждения общ. сред. образования / сост.: В. В. Беньяш-Кривец [и др.]. – Минск : Нац. ин-т образования : Аверсэв, 2021. – 228 с.
5. Сборник заданий для подготовки к выпускному экзамену по учебному предмету «Математика» за период обучения и воспитания на III ступени общего среднего образования: повышенный уровень : пособие для учителей учреждения общ. сред. образования / сост.: В. В. Беньяш-Кривец [и др.]. – Минск : Нац. ин-т образования : Аверсэв, 2020. – 336 с.

ДОПОЛНИТЕЛЬНАЯ ЛИТЕРАТУРА

6. Азаров, А. И. Математика. 100 баллов успеха / А. И. Азаров. – Минск : Аверсэв, 2014. – 575 с.
7. Азаров, А. И. Математика. 101 балл успеха / А. И. Азаров. – Минск: Аверсэв, 2014. – 639 с.
8. Ананченко, К. О. Алгебра учит рассуждать. 9 класс : пособие для учащихся учреждений общ. сред. образования с белорус. и рус. яз. обучения / К. О. Ананченко, А. И. Караневская. – 2-е изд. – Минск : Аверсэв, 2012. – 190 с.
9. Ананченко, К. О. Алгебра учит рассуждать. 11 класс : пособие для учащихся учреждений общ. сред. образования с белорус. и рус. яз. обучения / К. О. Ананченко, Т. Т. Талькова. – 2-е изд. – Минск : Аверсэв, 2012. – 112 с.
10. Ананченко, К. О. Алгебра учит рассуждать. 7 класс : пособие для учащихся учреждений общ. сред. образования с белорус. и рус. яз. обучения / К. О. Ананченко, Л. Г. Королева. – 2-е изд. – Минск : Аверсэв, 2012. – 140 с.
11. Ананченко, К. О. Алгебра учит рассуждать. 8 класс : пособие для учащихся учреждений общ. сред. образования с белорус. и рус. яз. обучения / К. О. Ананченко, И. А. Корнеева. – 2-е изд. – Минск : Аверсэв, 2012. – 156 с.

12. Арефьева, И. Г. Повторяем математику : тестовые задания для 10 кл. / И. Г. Арефьева, И. Г. Семина, И. Ю. Ячейко. – 2-е изд. – Минск : Аверсэв, 2019. – 96 с.

13. Арефьева, И. Г. Повторяем математику за курс средней школы. Тестовые задания для 11 класса : пособие для учащихся учреждений общ. сред. образования с рус. яз. обучения / И. Г. Арефьева. – Минск : Аверсэв, 2020. – 144 с.

14. Берник, В. И. Элементы комбинаторики и бином Ньютона : пособие для учителей учреждений общ. сред. образования / В. И. Берник, О. Н. Пириютко. – 2-е изд. – Мозырь : Белый Ветер, 2017. – 69 с.

15. Галицкий, М. Л. Сборник задач по алгебре. 8–9 классы : учеб. пособие / М. Л. Галицкий, А. М. Гольдман, Л. И. Звавич. – 23-е изд. – М. : Просвещение, 2019. – 301 с.

16. Гринько, Е. П. Элементарная математика и практикум по решению задач (элементарная алгебра) [Электронный ресурс] : электронный учеб.-метод. комплекс / Е. П. Гринько, В. Я. Логвинович; Брест. гос. ун-т имени А.С.Пушкина. – Брест, БрГУ, 2016. – Режим доступа: <http://https://rep.brsu.by/handle/123456789/7841?show=full>. – Дата доступа: 10.05.2023.

17. Иванов, О. А. Элементарная математика для школьников, студентов и преподавателей / О. А. Иванов. – М. : Моск. центр непрерыв. мат. образования, 2019. – 390 с.

18. Литвиненко, В. Н. Практикум по элементарной математике. Алгебра. Тригонометрия : учеб. пособие для студентов физ.-мат. специальностей пед. ин-тов / В. Н. Литвиненко, А. Г. Мордкович. – М. : АБФ, 1995. – 352 с.

19. Рогановский, Н. М. Элементарная математика : учеб. пособие : в 2 кн. / Н. М. Рогановский, Е. Н. Рогановская. – Минск : Адукацыя і выхаванне, 2000–2004. – 2 кн.

20. Сборник задач по математике для поступающих во втузы / В. К. Егерев [и др.] ; под ред. М. И. Сканава. – 6-е изд. – М. : Мир и образование : ОНИКС-ЛИТ, 2013. – 608 с.

21. Тригонометрия. Школьный курс : пособие для учащихся учреждений, обеспечивающих получение общ. сред. образования / Е. П. Кузнецова [и др.]. – Минск : Аверсэв, 2004. – 330 с.

22. Тригонометрия: теория, тесты, контроль знаний : пособие для педагогов учреждений общ. сред. образования / сост.: И. А. Самусева, Т. С. Волкова. – Мозырь : Выснова, 2018. – 106 с.

23. Централизованное тестирование. Математика : полн. сб. тестов / Респ. ин-т контроля знаний М-ва образования Респ. Беларусь. – Минск : Аверсэв, 2020. – 127 с.

РЕКОМЕНДУЕМЫЕ ФОРМЫ И МЕТОДЫ ОБУЧЕНИЯ

Для освоения данной дисциплины предусмотрены следующие формы учебных занятий: лекции, в ходе которых излагается теоретический материал; практические занятия – их целью является формирование практических умений и навыков применять теоретические знания по элементарной математике к решению задач школьного курса алгебры; самостоятельная работа, подразумевающая изучение студентами основной и дополнительной литературы по предмету и систематическое решение задач.

Рекомендуемые методы обучения: метод проблемного изложения учебного материала, эвристическая беседа, исследовательский метод, консультирование, самостоятельная работа студентов, метод проектов.

ПЕРЕЧЕНЬ РЕКОМЕНДУЕМЫХ СРЕДСТВ ДИАГНОСТИКИ

Текущий контроль знаний осуществляется посредством тестовых заданий, диагностических, проверочных и контрольных работ, отчетов по заданиям для самостоятельной работы.

Промежуточный контроль – зачет и экзамен – предполагают ответы на теоретические вопросы и выполнение практических заданий.

МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ ПО ОРГАНИЗАЦИИ И ВЫПОЛНЕНИЮ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ

Каждая тема программы по дисциплине «Практикум по решению задач по алгебре» позволяет организовать аудиторную и внеаудиторную самостоятельную работу студентов по следующим направлениям: изучение и конспектирование материала, вынесенного для самостоятельного изучения, по источникам из списков основной и дополнительной литературы; подготовка к различным формам текущей и промежуточной аттестации (устным и письменным опросам, проверочным и контрольным работам, тестированию); решение задач повышенной сложности; поиск различных способов их решения; составление задач на применение различных методов и приемов решения; анализ материалов выпускных, конкурсных и вступительных испытаний; поиск необходимой информации в печатных изданиях и сети Интернет.

Для организации самостоятельной работы студентов и оценки ее результатов можно использовать помощь тьюторов из числа студентов старших курсов.