

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ РЕСПУБЛИКИ БЕЛАРУСЬ

Учебно-методическое объединение по образованию
в области информатики и радиоэлектроники

УТВЕРЖДАЮ

Первый заместитель Министра образования
Республики Беларусь

_____ А.Г. Баханович

Регистрационный № _____

МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ

**Примерная учебная программа по учебной дисциплине
для направления образования**

**061 Информационные и коммуникационные технологии;
специальностей:**

6-05-0713-01 Микро- и наноэлектроника

6-05-0713-02 Электронные системы и технологии

6-05-0713-03 Радиосистемы и радиотехнологии

6-05-0717-01 Нанотехнологии и наноматериалы

7-07-0713-01 Информационные и управляющие системы физических установок

СОГЛАСОВАНО

Председатель Учебно-методического
объединения по образованию в
области информатики и
радиоэлектроники

_____ В.А. Богуш

СОГЛАСОВАНО

Начальник Главного управления
профессионального образования
Министерства образования
Республики Беларусь

_____ С.Н. Пищов

СОГЛАСОВАНО

Проректор по научно-методической
работе Государственного учреждения
образования «Республиканский
институт высшей школы»

_____ И.В. Титович

Эксперт-нормоконтролер

Минск 2024

СОСТАВИТЕЛИ:

Е.А.Баркова, заведующий кафедрой высшей математики учреждения образования «Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники», кандидат физико-математических наук, доцент;

М.А.Калугина, доцент кафедры информатики учреждения образования «Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники», кандидат физико-математических наук, доцент;

Н.В.Князюк, доцент кафедры высшей математики учреждения образования «Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники», кандидат физико-математических наук;

О.В.Рыкова, доцент кафедры высшей математики учреждения образования «Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники», кандидат физико-математических наук, доцент;

В.В.Цегельник, профессор кафедры высшей математики учреждения образования «Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники», доктор физико-математических наук, профессор.

РЕЦЕНЗЕНТЫ:

Кафедра математических методов в экономике учреждения образования «Белорусский государственный экономический университет» (протокол № 4 от 20.10.2023);

Д.В.Васильев, заведующий отделом теории чисел и дискретной математики Института математики Национальной академии наук Беларуси, кандидат физико-математических наук;

Г.И.Лебедева, доцент кафедры высшей математики Белорусского национального технического университета, кандидат технических наук, доцент

РЕКОМЕНДОВАНА К УТВЕРЖДЕНИЮ В КАЧЕСТВЕ ПРИМЕРНОЙ:

Кафедрой высшей математики учреждения образования «Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники» (протокол № 3 от 26.10.2023);

Кафедрой информатики учреждения образования «Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники» (протокол № 3 от 20.10.2023);

Научно-методическим советом учреждения образования «Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники» (протокол № 4 от 15.12.2023);

Научно-методическим советом по прикладным информационным системам и технологиям Учебно-методического объединения по образованию в области информатики и радиоэлектроники (протокол № 4 от 09.11.2023);

Научно-методическим советом по радиосистемам и радиотехнологиям Учебно-методического объединения по образованию в области информатики и радиоэлектроники (протокол № 1 от 30.10.2023);

Научно-методическим советом по электронным системам и технологиям Учебно-методического объединения по образованию в области информатики и радиоэлектроники (протокол № 4 от 11.12.2023);

Научно-методическим советом по разработке программного обеспечения и информационно-коммуникационным технологиям Учебно-методического объединения по образованию в области информатики и радиоэлектроники (протокол № 4 от 11.12.2023);

Научно-методическим советом по микро- и наноэлектронной технике, наноматериалам и нанотехнологиям Учебно-методического объединения по образованию в области информатики и радиоэлектроники (протокол № 3 от 13.11.2023);

Научно-методическим советом по системам и сетям инфокоммуникаций Учебно-методического объединения по образованию в области информатики и радиоэлектроники (протокол № 7 от 07.12.2023);

Научно-методическим советом по информационной безопасности Учебно-методического объединения по образованию в области информатики и радиоэлектроники (протокол № 3 от 11.11.2023).

ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

ХАРАКТЕРИСТИКА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

Примерная учебная программа по учебной дисциплине «Математический анализ» разработана для студентов учреждений высшего образования в соответствии с требованиями образовательных стандартов общего и специального высшего образования и примерных учебных планов специальностей:

6-05-0611-01 «Информационные системы и технологии»,
6-05-0611-02 «Информационная безопасность»,
6-05-0611-03 «Искусственный интеллект»,
6-05-0611-04 «Электронная экономика»,
6-05-0611-05 «Компьютерная инженерия»,
6-05-0611-06 «Системы и сети инфокоммуникаций»,
6-05-0612-01 «Программная инженерия»,
6-05-0612-02 «Информатика и технологии программирования»,
6-05-0612-03 «Системы управления информацией»,
6-05-0713-01 «Микро- и наноэлектроника»,
6-05-0713-02 «Электронные системы и технологии»,
6-05-0713-03 «Радиосистемы и радиотехнологии»,
6-05-0717-01 «Нанотехнологии и наноматериалы»,
7-07-0713-01 «Информационные и управляющие системы физических установок».

В связи с возросшей ролью математики в современной науке и технике будущие программисты, инженеры, маркетологи, специалисты по защите информации нуждаются в серьезной математической подготовке. Математическое образование современного специалиста включает изучение учебной дисциплины «Математический анализ», который является фундаментом математического образования, и специальных математических курсов, касающихся методов оптимизации, численных методов, статистического анализа, экономико-математических методов, исследования операций и т.д. Изучение учебной дисциплины «Математический анализ» развивает логическое мышление, приучает обучающегося к точности, к умению выделять главное, дает необходимые сведения для понимания сложных задач, возникающих в различных областях человеческой деятельности, математические модели широко применяются в механике, физике, экономике и т. д. Математический аппарат позволяет единообразно описать широкий круг фактов и явлений, провести их детальный количественный анализ, предсказать, как поведет себя объект в различных условиях. «Математический анализ» также необходим для изучения ряда учебных дисциплин, связанных с компьютерными сетями, современными компьютерными технологиями, аппаратными средствами информационных технологий и др.

Задачи преподавания «Математического анализа» состоят в том, чтобы на примерах математических понятий и методов продемонстрировать

обучающимся сущность научного подхода, научить приемам, способам исследования и решения математических формализованных задач численными методами, выработать умение анализировать полученные результаты, привить навыки самостоятельного изучения литературы по математике и ее приложениям.

Воспитательное значение учебной дисциплины «Математический анализ» заключается в формировании у обучающихся математической культуры и научного мировоззрения; развитии исследовательских умений, аналитических способностей, креативности, необходимых для решения научных и практических задач; развитии познавательных способностей и активности: творческой инициативы, самостоятельности, ответственности и организованности; формировании способностей к саморазвитию, самосовершенствованию и самореализации.

Изучение данной учебной дисциплины способствует созданию условий для формирования интеллектуально развитой личности обучающегося, которой присущи стремление к профессиональному совершенствованию, активному участию в экономической и социально-культурной жизни страны, гражданская ответственность и патриотизм.

ЦЕЛЬ, ЗАДАЧИ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

Цель учебной дисциплины: подготовка специалиста с развитым логическим и алгоритмическим мышлением, владеющего основными методами исследования и решения математических задач и способного самостоятельно расширять математические знания и проводить постановку и математический анализ прикладных задач.

Задачи учебной дисциплины:

систематизированное и полное изложение основных понятий и методов математического анализа;

формирование у обучающихся навыков приложения методов математического анализа к решению задач нематематических учебных дисциплин;

содействие развитию научного мировоззрения у обучающихся.

ТРЕБОВАНИЯ К УРОВНЮ ОСВОЕНИЯ СОДЕРЖАНИЯ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

В результате изучения учебной дисциплины «Математический анализ» формируются следующие компетенции:

универсальная: обладать навыками творческого аналитического мышления;

для специальности 6-05-0611-01 «Информационные системы и технологии»: обладать навыками аналитического мышления;

базовая профессиональная: применять методы дифференциального и интегрального исчислений, аппарат теории степенных и функциональных рядов при построении и исследовании математических моделей прикладных задач;

для специальности 6-05-0612-02 «Информатика и технологии программирования»: применять методы матричного исчисления, анализировать решения систем линейных алгебраических уравнений, исследовать уравнения кривых и поверхностей аналитическими методами для решения прикладных инженерных задач.

В результате изучения учебной дисциплины обучающийся должен:

знать:

основные положения математического анализа функций одной и нескольких переменных;

комплексные числа, элементы теории функций комплексной переменной; основы теории рядов и обыкновенных дифференциальных уравнений;

уметь:

дифференцировать и интегрировать функции;

решать простейшие дифференциальные уравнения, интегрируемые в квадратурах;

разлагать функции в степенные ряды;

применять операции дифференциального и интегрального исчислений для решения конкретных задач;

владеть:

методами дифференциального и интегрального исчислений для решения прикладных задач;

практическими навыками работы с числовыми и функциональными рядами;

методами аналитического и численного решения алгебраических и обыкновенных дифференциальных уравнений;

навыками творческого аналитического мышления.

Примерная учебная программа рассчитана на 330 учебных часов, из них – 176 аудиторных. Примерное распределение аудиторных часов по видам занятий: лекции – 82 часа, практические занятия – 94 часа.

Для специальности 6-05-0612-02 «Информатика и технологии программирования» примерная учебная программа рассчитана на 450 учебных часов, из них – 254 аудиторных. Примерное распределение аудиторных часов по видам занятий: лекции – 118 часов, практические занятия – 136 часов.

ПРИМЕРНЫЙ ТЕМАТИЧЕСКИЙ ПЛАН

кроме специальности 6-05-0612-02 «Информатика и технологии программирования»

Наименование темы	Всего аудиторных часов	Лекции	Практические занятия
Тема 1. Введение в математический анализ. Комплексные числа. Многочлены	32	16	16
Тема 2. Дифференциальное исчисление функций одной переменной	38	18	18
Тема 3. Интегральное исчисление функций одной переменной	34	16	20
Тема 4. Дифференциальное исчисление функций многих переменных	18	10	8
Тема 5. Интегральное исчисление функций многих переменных	12	6	6
Тема 6. Дифференциальные уравнения	22	8	14
Тема 7. Числовые и функциональные ряды	20	8	12
Итого:	176	82	94

ПРИМЕРНЫЙ ТЕМАТИЧЕСКИЙ ПЛАН

для специальности 6-05-0612-02 «Информатика и технологии программирования»

Наименование темы	Всего аудиторных часов	Лекции	Практические занятия
Тема 1. Введение в математический анализ	30	16	14
Тема 2. Дифференциальное исчисление функций одной переменной	36	18	18
Тема 3. Интегральное исчисление функций одной переменной	38	18	20
Тема 4. Дифференциальное исчисление функций многих переменных	32	16	16
Тема 5. Интегральное исчисление функций многих переменных	44	18	26
Тема 6. Числовые и функциональные ряды	32	14	18
Тема 7. Элементы теории функций комплексного переменного	42	18	24
Итого:	254	118	136

СОДЕРЖАНИЕ УЧЕБНОГО МАТЕРИАЛА

кроме специальности 6-05-0612-02 «Информатика и технологии программирования»

Тема 1. ВВЕДЕНИЕ В МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ. КОМПЛЕКСНЫЕ ЧИСЛА. МНОГОЧЛЕНЫ

1.1. Множества и операции над ними. Числовые множества. Ограниченные и неограниченные множества. Окрестность точки. Понятие функции. Способы задания функции. График функции. Обратная функция. Элементарные функции. Логические символы. Метод математической индукции. Бином Ньютона.

1.2. Числовая последовательность и ее предел. Бесконечно большие и бесконечно малые последовательности. Свойства сходящихся последовательностей. Виды неопределенностей. Монотонные последовательности. Теорема Вейерштрасса. Число e .

1.3. Предел функции в точке (по Коши и по Гейне) и на бесконечности. Односторонние пределы функции. Бесконечно малые и бесконечно большие функции.

1.4. Непрерывность функции в точке. Свойства функций, непрерывных в точке. Односторонняя непрерывность. Точки разрыва функций и их классификация. Непрерывность элементарных функций. Замечательные пределы.

1.5. Сравнение бесконечно малых и бесконечно больших функций. Символы « o » и « O ». Эквивалентные функции, их применение к вычислению пределов функций.

1.6. Функции, непрерывные на отрезке, и их свойства: теоремы Вейерштрасса, теорема Коши о прохождении функции через нуль, теорема Коши о промежуточном значении.

1.7. Комплексные числа и действия над ними. Изображение комплексных чисел на плоскости. Алгебраическая, тригонометрическая и показательная формы записи комплексных чисел. Формулы Муавра и Эйлера. Извлечение корня из комплексного числа. Свойства комплексно-сопряженных выражений.

1.8. Многочлены и их делимость. Теорема Безу. Основная теорема алгебры. Разложение многочлена на множители. Критерий тождественности двух многочленов.

Тема 2. ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОЕ ИСЧИСЛЕНИЕ ФУНКЦИЙ ОДНОЙ ПЕРЕМЕННОЙ

2.1. Производная функции, ее геометрический и физический смысл. Односторонние производные. Уравнения касательной и нормали к кривой. Основные правила дифференцирования. Производная сложной и обратной функции. Производные элементарных функций. Логарифмическое дифференцирование.

2.2. Дифференцируемость функций в точке. Дифференциал функции, его геометрический смысл и применение в приближенных вычислениях. Инвариантность формы дифференциала.

2.3. Производные высших порядков. Формула Лейбница. Дифференциалы высших порядков.

2.4. Дифференцирование параметрически заданных функций. Дифференцирование функций, заданных неявно.

2.5. Локальный экстремум функции. Теорема Ферма. Основные теоремы дифференциального исчисления: Ролля, Лагранжа, Коши.

2.6. Правила Лопиталю и их применение для раскрытия неопределенностей.

2.7. Формула Тейлора с остаточным членом в форме Пеано и Лагранжа. Формула Маклорена. Основные разложения по формуле Маклорена. Приложения формулы Тейлора.

2.8. Признаки возрастания и убывания функции. Необходимое и достаточные условия существования экстремума. Наибольшее и наименьшее значения функции, непрерывной на отрезке. Выпуклость и точки перегиба. Достаточное условие выпуклости. Необходимое условие перегиба. Достаточные условия перегиба. Вертикальные и наклонные асимптоты графика функции.

2.9. Общая схема исследования поведения функции и построение графика функции.

Тема 3. ИНТЕГРАЛЬНОЕ ИСЧИСЛЕНИЕ ФУНКЦИЙ ОДНОЙ ПЕРЕМЕННОЙ

3.1. Первообразная. Неопределенный интеграл и его свойства. Таблица основных неопределенных интегралов. Методы вычисления неопределенных интегралов: непосредственное интегрирование, подстановкой (замена переменной), введение множителя под знак дифференциала, интегрирование по частям.

3.2. Рациональные функции. Разложение правильной рациональной дроби на сумму простейших дробей. Методы нахождения коэффициентов разложения. Интегрирование рациональных функций, некоторых иррациональных и тригонометрических выражений.

3.3. Задачи, приводящие к понятию определенного интеграла. Определенный интеграл и его свойства.

3.4. Интеграл с переменным верхним пределом и его дифференцирование. Формула Ньютона-Лейбница.

3.5. Замена переменной и интегрирование по частям в определенном интеграле. Интеграл от периодических, четных и нечетных функций.

3.6. Геометрические приложения определенных интегралов: вычисление площадей плоских фигур, объемов тел, длин дуг.

3.7. Несобственные интегралы 1-го и 2-го рода. Исследование на сходимость: признаки сравнения для интегралов от неотрицательных функций. Абсолютная и условная сходимость. Главное значение.

Тема 4. ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОЕ ИСЧИСЛЕНИЕ ФУНКЦИЙ МНОГИХ ПЕРЕМЕННЫХ

4.1. Множества точек евклидова пространства. Связные и ограниченные множества. Понятие функции многих переменных (ФМП). Линии и поверхности уровня ФМП. Предел ФМП в точке, его свойства. Повторные пределы. Непрерывность ФМП в точке.

4.2. Частные производные и дифференцируемость ФМП. Необходимое и достаточное условия дифференцируемости. Полный дифференциал и его связь с частными производными. Дифференцирование сложных функций. Инвариантность формы дифференциала.

4.3. Понятие неявной функции, ее существование и дифференцирование.

4.4. Производная по направлению. Градиент функции и его смысл. Геометрический смысл дифференциала функции двух переменных. Касательная плоскость и нормаль к поверхности.

4.5. Частные производные высших порядков. Теорема о равенстве смешанных производных второго порядка. Дифференциалы высших порядков.

4.6. Формула Тейлора для ФМП.

4.7. Понятие локального экстремума ФМП. Необходимое условие экстремума. Достаточные условия экстремума.

4.8. Условный экстремум ФМП. Метод множителей Лагранжа. Наибольшее и наименьшее значения непрерывной ФМП в замкнутой области.

Тема 5. ИНТЕГРАЛЬНОЕ ИСЧИСЛЕНИЕ ФУНКЦИЙ МНОГИХ ПЕРЕМЕННЫХ

5.1. Определение двойного интеграла, его свойства, геометрические и физические приложения. Вычисление двойных интегралов в декартовой системе координат. Изменение порядка интегрирования в двойном интеграле.

5.2. Задачи, приводящие к криволинейному интегралу 1-го рода. Свойства и вычисление криволинейных интегралов 1-го рода.

5.3. Криволинейный интеграл 2-го рода, его механический смысл. Свойства и вычисление криволинейных интегралов 2-го рода.

5.4. Формула Грина. Независимость криволинейных интегралов 2-го рода от пути интегрирования. Восстановление функции по ее полному дифференциалу.

Тема 6. ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ

6.1. Основные понятия теории дифференциальных уравнений (ДУ). ДУ 1-го порядка, задача Коши. Общее и частное решение ДУ.

6.2. Основные классы ДУ 1-го порядка, интегрируемые в квадратурах: с разделяющимися переменными, однородные, линейные, Бернулли, в полных дифференциалах.

6.3. Основные понятия о ДУ высших порядков. Задача Коши. Уравнения, допускающие понижение порядка.

6.4. Линейные однородные дифференциальные уравнения высших порядков и свойства их решений. Структура общего решения линейного

однородного дифференциального уравнения. Линейные однородные дифференциальные уравнения с постоянными коэффициентами.

6.5. Линейные неоднородные дифференциальные уравнения высших порядков. Структура общего решения, принцип суперпозиции решений. Метод вариации произвольных постоянных. Линейные неоднородные дифференциальные уравнения с постоянными коэффициентами и правой частью специального вида.

Тема 7. ЧИСЛОВЫЕ И ФУНКЦИОНАЛЬНЫЕ РЯДЫ

7.1. Числовой ряд и его сумма. Действия над рядами. Простейшие свойства числовых рядов. Необходимое условие сходимости ряда.

7.2. Признаки сходимости знакоположительных числовых рядов: интегральный признак, признаки сравнения, признаки Даламбера и Коши. Знакопередающие ряды, признак Лейбница. Оценка остатка ряда. Знакопеременные ряды, абсолютная и условная сходимость.

7.3. Функциональные ряды, область сходимости и сумма ряда. Равномерная сходимость функциональных рядов. Признак Вейерштрасса равномерной сходимости. Свойства равномерно сходящихся функциональных рядов: теоремы о непрерывности суммы, о почленном дифференцировании и почленном интегрировании.

7.4. Степенные ряды, теорема Абеля. Радиус, интервал и область сходимости степенного ряда. Свойства степенных рядов.

7.5. Ряды Тейлора. Достаточные условия представления функции рядом Тейлора. Разложение основных функций в ряд Маклорена. Применение рядов Тейлора в приближенных вычислениях. Приложение степенных рядов к решению дифференциальных уравнений и вычислению определенных интегралов.

СОДЕРЖАНИЕ УЧЕБНОГО МАТЕРИАЛА

для специальности 6-05-0612-02 «Информатика и технологии программирования»

Тема 1. ВВЕДЕНИЕ В МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ

1.1. Элементы теории множеств и математической логики. Формирование понятия числа. Основные числовые множества. Натуральные, целые и рациональные числа. Метод математической индукции. Бином Ньютона. Вещественные числа. Сечения Дедекинда. Полнота множества всех вещественных чисел. Окрестность точки. Границы числовых множеств.

1.2. Комплексные числа и операции над ними. Геометрическая интерпретация. Формы представления. Формула Эйлера. Возведение в степень и извлечение корня. Свойства комплексно-сопряженных выражений.

1.3. Числовая последовательность и ее предел. Свойства сходящихся последовательностей. Верхний и нижний пределы последовательности. Бесконечно малые и бесконечно большие последовательности, их свойства.

Виды неопределенностей. Монотонные последовательности. Теорема о монотонной ограниченной последовательности. Число e . Принцип сходимости.

1.4. Понятие функции. Способы задания функции. График функции. Обратная функция. Элементарные функции. Предел функции в точке (по Коши и по Гейне) и на бесконечности. Односторонние пределы функции. Свойства пределов функций. Предел монотонных функций. Предел композиции функций. Критерий Коши существования предела функции. Колебание функции.

1.5. Бесконечно малые и бесконечно большие функции, их свойства. Замечательные пределы. Степенно-показательные выражения. Сравнение бесконечно малых и бесконечно больших функций. Символы « o » и « O ». Эквивалентные функции, их применение к вычислению пределов функций.

1.6. Непрерывность функции в точке. Свойства функций, непрерывных в точке. Односторонняя непрерывность. Точки разрыва функций и их классификация. Функция Дирихле и функция Римана.

1.7. Функции, непрерывные на отрезке. Теорема Больцано-Коши, теорема о промежуточном значении функции, теорема об обращении функции в нуль, теорема Вейерштрасса о наименьшем и наибольшем значениях функции. Равномерная непрерывность, теорема Кантора. Теорема о непрерывности обратной функции.

1.8. Элементарные функции и их непрерывность.

Тема 2. ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОЕ ИСЧИСЛЕНИЕ ФУНКЦИЙ ОДНОЙ ПЕРЕМЕННОЙ

2.1. Производная функции в точке, ее геометрический и физический смысл. Односторонние производные. Уравнения касательной и нормали к кривой. Основные правила дифференцирования. Производная сложной и обратной функций. Производные элементарных функций. Логарифмическое дифференцирование.

2.2. Дифференцируемость функции в точке. Дифференциал функции, его геометрический смысл и применение в приближенных вычислениях. Инвариантность формы дифференциала.

2.3. Производные высших порядков. Формула Лейбница. Дифференциалы высших порядков.

2.4. Дифференцирование параметрически заданных функций. Дифференцирование функций, заданных неявно.

2.5. Теоремы о дифференцируемых функциях: Ферма, Ролля, Коши. Формула конечных приращений Лагранжа.

2.6. Теоремы Лопиталья и их применение для раскрытия неопределенностей.

2.7. Формула Тейлора с остаточным членом в форме Пеано и Лагранжа. Формула Маклорена. Основные разложения по формуле Маклорена. Приложения формулы Тейлора.

2.8. Условия монотонности функции. Локальный экстремум. Необходимое и достаточное условие существования экстремума. Глобальный экстремум.

Выпуклость и точки перегиба. Достаточное условие выпуклости. Необходимое условие перегиба. Достаточные условия перегиба. Асимптоты графика функции.

2.9. Общая схема исследования поведения функции и построение графика.

Тема 3. ИНТЕГРАЛЬНОЕ ИСЧИСЛЕНИЕ ФУНКЦИЙ ОДНОЙ ПЕРЕМЕННОЙ

3.1. Первообразная. Неопределенный интеграл и его свойства. Таблица основных неопределенных интегралов. Методы нахождения неопределенных интегралов: непосредственное интегрирование, метод подстановки (подведение функции под знак дифференциала и замена переменной), интегрирование по частям.

3.2. Рациональные функции. Разложение правильной рациональной дроби на сумму простейших дробей. Методы нахождения коэффициентов разложения. Интегрирование рациональных функций, некоторых иррациональных и тригонометрических выражений.

3.3. Задачи, приводящие к понятию определенного интеграла. Определенный интеграл и его свойства.

3.4. Интеграл с переменным верхним пределом и его дифференцирование. Формула Ньютона-Лейбница.

3.5. Метод подстановки и интегрирование по частям. Интеграл от периодических, четных и нечетных функций.

3.6. Геометрические приложения определенных интегралов: вычисление площадей плоских фигур, объемов тел, длин дуг.

3.7. Несобственные интегралы 1-го и 2-го рода, их свойства. Исследование на сходимость: признаки сравнения для интегралов от неотрицательных функций. Абсолютная и условная сходимость. Главное значение.

3.8. Интегралы, зависящие от параметра, их свойства.

3.9. Несобственные интегралы с параметрами.

Тема 4. ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОЕ ИСЧИСЛЕНИЕ ФУНКЦИЙ МНОГИХ ПЕРЕМЕННЫХ

4.1. Множества точек евклидова пространства. Открытые и замкнутые, связные и ограниченные множества. Понятие функции многих переменных (ФМП). Линии и поверхности уровня ФМП. Последовательности. Предел ФМП в точке, его свойства. Повторные пределы. Непрерывность и равномерная непрерывность.

4.2. Частные производные. Дифференцируемость ФМП. Необходимое и достаточное условия дифференцируемости. Полный дифференциал и его связь с частными производными. Геометрический смысл частных производных функции двух переменных и полного дифференциала.

4.3. Дифференцирование сложных функций. Инвариантность формы дифференциала.

4.4. Производная по направлению. Градиент функции и его смысл. Касательная плоскость и нормаль к поверхности.

- 4.5. Частные производные высших порядков. Теорема о равенстве смешанных производных второго порядка. Дифференциалы высших порядков.
- 4.6. Понятие неявной функции, ее существование и дифференцирование.
- 4.7. Формула Тейлора для ФМП.
- 4.8. Понятие локального экстремума ФМП. Необходимые условия экстремума. Достаточные условия экстремума.
- 4.9. Условный экстремум ФМП. Метод множителей Лагранжа. Наибольшее и наименьшее значения ФМП, непрерывной в замкнутой области.

Тема 5. ИНТЕГРАЛЬНОЕ ИСЧИСЛЕНИЕ ФУНКЦИЙ МНОГИХ ПЕРЕМЕННЫХ

- 5.1. Двойной интеграл в прямоугольных координатах и его свойства. Вычисление двойных интегралов в декартовой системе координат. Изменение порядка интегрирования в двойном интеграле. Замена переменных в двойном интеграле. Геометрические и физические приложения двойного интеграла.
- 5.2. Тройной интеграл в прямоугольных координатах и его свойства, Вычисление тройных интегралов в декартовой системе координат. Замена переменных в тройном интеграле. Геометрические и физические приложения тройного интеграла.
- 5.3. Задачи, приводящие к криволинейному интегралу 1-го рода. Определение, свойства и вычисление криволинейных интегралов 1-го рода.
- 5.4. Криволинейный интеграл 2-го рода, его механический смысл. Свойства и вычисление криволинейных интегралов 2-го рода.
- 5.5. Формула Грина. Независимость криволинейных интегралов 2-го рода от пути интегрирования. Восстановление функции по ее полному дифференциалу. Приложения криволинейных интегралов.
- 5.6. Поверхностные интегралы первого и второго рода. Формула Стокса.
- 5.7. Формула Остроградского-Гаусса.
- 5.8. Элементы теории поля.

Тема 6. ЧИСЛОВЫЕ И ФУНКЦИОНАЛЬНЫЕ РЯДЫ

- 6.1. Числовой ряд и его частичные суммы. Сходящиеся и расходящиеся числовые ряды. Необходимое условие сходимости ряда. Критерии сходимости числового ряда. Свойства сходящихся числовых рядов.
- 6.2. Ряды с положительными членами. Необходимое и достаточное условие сходимости. Достаточные признаки сходимости: признаки сравнения, Даламбера, Коши (радикальный) и Раабе. Интегральный признак Маклорена-Коши. Оценка остатка сходящегося ряда.
- 6.3. Знакопеременные числовые ряды. Абсолютно и условно сходящиеся ряды. Достаточное условие сходимости (теорема Коши), свойства абсолютно и условно сходящихся рядов (теоремы Дирихле и Римана). Знакопеременные ряды: признак сходимости Лейбница, оценка остатка сходящегося ряда.
- 6.4. Функциональные последовательности. Понятие функциональной последовательности, сходимость функциональной последовательности (в точке, на множестве, равномерная сходимость на множестве). Критерий Коши

равномерной сходимости функциональной последовательности на некотором множестве. Достаточные признаки равномерной сходимости функциональных последовательностей. Свойства равномерно сходящихся последовательностей.

6.5. Функциональные ряды. Область сходимости и сумма ряда. Абсолютная и условная сходимости. Равномерная сходимость на замкнутом множестве. Признак Вейерштрасса равномерной сходимости. Свойства равномерно сходящихся функциональных рядов: теоремы о непрерывности суммы, предельном переходе, почленном интегрировании и почленном дифференцировании.

6.6. Степенные ряды, теорема Абеля. Радиус, интервал и область сходимости степенного ряда. Равномерная сходимость степенного ряда. Свойства степенных рядов.

6.7. Разложение функций в степенные ряды. Ряд Тейлора. Необходимое и достаточное условие разложимости функции в степенной ряд. Достаточные условия представления функции рядом Тейлора. Разложение основных функций в ряд Маклорена. Применение рядов Тейлора в приближенных вычислениях. Приложение степенных рядов к вычислению определенных интегралов.

Тема 7. ЭЛЕМЕНТЫ ТЕОРИИ ФУНКЦИЙ КОМПЛЕКСНОГО ПЕРЕМЕННОГО

7.1. Понятие функции комплексного переменного. Основные элементарные функции. Предел последовательности комплексных чисел. Свойства сходящихся последовательностей. Окрестность точки комплексной плоскости. Предел и непрерывность функции комплексного переменного.

7.2. Дифференцирование функции комплексного переменного. Условия Коши-Римана. Аналитическая функция в точке и на множестве. Гармонические функции. Геометрический смысл модуля и аргумента производной.

7.3. Интегрирование функции комплексного переменного. Однозначные ветви многозначных функций.

7.4. Интегральные формулы Коши. Ряды в комплексной плоскости. Степенной ряд. Теорема Абеля. Ряды Тейлора и Лорана. Разложения функции в ряд Лорана на разных множествах.

7.5. Изолированные особые точки. Вычеты в изолированных особых точках и их вычисление.

7.6. Теорема Коши о вычетах. Приложение вычетов к вычислению интегралов.

ИНФОРМАЦИОННО-МЕТОДИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ**ОСНОВНАЯ**

1. Бугров, Я. С. Дифференциальные уравнения. Кратные интегралы. Ряды. Функции комплексного переменного. Т.3 / Я. С. Бугров, С. М. Никольский. – Москва : Дрофа, 2004. – 512 с.
2. Бутузов, В. Ф. Лекции по математическому анализу : учебное пособие в 2 ч. / В. Ф. Бутузов. – Москва : МГУ, 2014.
3. Дифференциальное и интегральное исчисление функций одной и многих переменных. Дифференциальные уравнения : учебно-методическое пособие / В. В. Цегельник [и др.]. – Минск : БГУИР, 2018. – 188 с.
4. Задачи и упражнения по математическому анализу для втузов : учебное пособие / под ред. Б. П. Демидовича. – Москва : АСТ, 2003.
5. Карпук, А. А. Высшая математика для технических университетов. Введение в математический анализ / А. А. Карпук. – Минск : Харвест, 2006. – 130 с.
6. Карпук, А. А. Высшая математика для технических университетов. Дифференциальное исчисление функций одной и многих переменных / А. А. Карпук. – Минск : Харвест, 2007. – 304 с.
7. Карпук, А. А. Высшая математика для технических университетов. Интегральное исчисление функций одной переменной / А. А. Карпук. – Минск : Харвест, 2008. – 250 с.
8. Карпук, А. А. Высшая математика для технических университетов. Интегральное исчисление функций многих переменных / А. А. Карпук. – Минск : Харвест, 2008. – 256 с.
9. Карпук, А. А. Высшая математика для технических университетов. Ряды. Фурье-анализ / А. А. Карпук. Минск : Харвест, 2009. – 250 с.
10. Карпук, А. А. Высшая математика для технических университетов : дифференциальные уравнения / А. А. Карпук, В. Ф. Бондаренко, О. Ф. Борисенко. – Минск : Харвест, 2010. – 304 с.
11. Кудрявцев, Л. Д. Курс математического анализа Том 1 : учебник для бакалавров / Л. Д. Кудрявцев. – 6-е изд. – Москва : Юрайт, 2012. – 703 с.
12. Кудрявцев, Л. Д. Краткий курс математического анализа. Т. 2. Дифференциальное и интегральное исчисление функций многих переменных. Гармонический анализ : учебник / Л. Д. Кудрявцев. – 3-е изд., перераб. – Москва : ФИЗМАТЛИТ, 2005. – 424 с.
13. Кузнецов, Л. А. Сборник заданий по высшей математике. Типовые расчеты : учебное пособие / Л. А. Кузнецов. – 12-е изд. стер. – Санкт-Петербург : Лань, 2013. – 240 с.
14. Контрольные задания по общему курсу высшей математики / Ж. А. Черняк [и др.]. – Санкт-Петербург : Питер, 2006. – 318 с.
15. Лунгу, К. Н. Сборник задач по высшей математике / К. Н. Лунгу [и др.] – Москва : Айрис-пресс : Рольф, 2001. – 576 с.
16. Морозова, В. Д. Введение в анализ / В. Д. Морозова. – Москва : МГТУ им. Н. Э. Баумана, 2000. – 396 с.

17. Письменный, Д. Т. Конспект лекций по высшей математике : полный курс / Д. Т. Письменный. – 9-е изд. – Москва : Айрис-пресс, 2009. – 608 с.
18. Сборник задач по математике для втузов : специальные разделы математического анализа / под ред. А. В. Ефимова и Б. П. Демидовича. – Москва : Альянс, 2010. – 368 с.
19. Сборник задач по избранным главам высшей математики : пособие / Е. А. Баркова [и др.]. – Минск : БГУИР, 2022. – 92 с.
20. Современный математический анализ в задачах и упражнениях : пособие / Е. А. Баркова [и др.]. – Минск : БГУИР, 2020. – 112 с.
21. Фихтенгольц, Г. М. Основы математического анализа. Часть 1 : учебник для вузов / Г. М. Фихтенгольц. – 15-е изд., стер. – Санкт-Петербург : Лань, 2023. – 444 с.
22. Фихтенгольц, Г. М. Основы математического анализа. Часть 2 : учебник для вузов / Г. М. Фихтенгольц. – 15-е изд., стер. – Санкт-Петербург : Лань, 2023. – 464 с.
23. Цегельник, В. В. Дифференциальные уравнения. Кратные интегралы. Теория поля / В. В. Цегельник [и др.]. – Минск : БГУИР, 2015. – 99 с.
24. Цегельник, В. В. Аналитическая геометрия и линейная алгебра. Введение в анализ и дифференциальное исчисление функции одной переменной : пособие по учебной дисциплине «Математика» / В. В. Цегельник, Е. А. Баркова, Н. И. Кобринец, В. М. Метельский, О. А. Мокеева, Т. С. Степанова. – Минск : БГУИР, 2017. – 198 с.
25. Черняк, Ж. А. Математика. Сборник тематических заданий с образцами решений : в 3 ч. / Ж. А. Черняк [и др.]. – Минск : БГУИР, 2018. – Ч. 1 : 220 с.
26. Черняк, Ж. А. Математика. Сборник тематических заданий с образцами решений : в 3 ч. / Ж. А. Черняк [и др.]. – Минск : БГУИР, 2020. – Ч. 2 : Комплексные числа. Интегральное исчисление функций одной переменной. Дифференциальное исчисление функций многих переменных. Дифференциальные уравнения и системы дифференциальных уравнений : пособие. – 160 с.
27. Черняк, Ж. А. Математика. Сборник тематических заданий с образцами решений : в 3 ч. / Ж. А. Черняк [и др.]. – Минск : БГУИР, 2022. – Ч. 3 : Кратные, криволинейные и поверхностные интегралы. Числовые и функциональные ряды. Элементы теории функции комплексной переменной : пособие. – 262 с.
28. Чудесенко, В. Ф. Сборник заданий по специальным курсам высшей математики. Типовые расчеты : учебное пособие / В. Ф. Чудесенко. – 4-е изд., стер. – Санкт-Петербург : Лань, 2007. – 192 с.

ДОПОЛНИТЕЛЬНАЯ

29. Берман, Г. Н. Сборник задач по курсу математического анализа : учебное пособие / Г. Н. Берман. – 22-е изд., перераб. – Санкт-Петербург : Профессия, 2003. – 512 с.

30. Берман, А. Ф. Краткий курс математического анализа : учебник для вузов / А. Ф. Бермант, И. Г. Араманович. – Санкт-Петербург : Лань, 2005. – 128 с.
31. Виноградова, И. А. Математический анализ в задачах и упражнениях : в 2 т. / И. А. Виноградова, С. Н. Олехник, В. А. Садовничий. – Москва : МЦНМО, 2017. – Т. 1 : Дифференциальное и интегральное исчисление. – 413 с.
32. Виноградова, И. А. Математический анализ в задачах и упражнениях : в 2 т. / И. А. Виноградова, С. Н. Олехник, В. А. Садовничий. – Москва : МЦНМО, 2018. – Т. 2 : Ряды и несобственные интегралы. – 480 с.
33. Вся высшая математика / М. Л. Краснов [и др.]. – Москва : Эдиторная УРСС, 2000. – 352 с.
34. Данко, П. Е. Высшая математика в упражнениях и задачах : в 2 ч. / П. Е. Данко, А. Г. Попов, Т. Я. Кожевникова. – Москва : ОНИКС 21 век : Мир и Образование, 2002. – Ч. 1. – 304 с. , Ч. 2. – 418 с.
35. Задачи и упражнения по математическому анализу (для ВТУЗов) / Г. С. Бараненков [и др.]. – Москва : Астрель, 2004. – 281 с.
36. Задачи студенческих олимпиад БГУИР по математике : пособие по учебной дисциплине «Математика» / О. Ф. Борисенко, И. Н. Луцакова. – Минск : БГУИР, 2019. – 84 с.
37. Зорич, В. А. Математический анализ : в 2 ч. / В. А. Зорич. – 10-е изд., испр. – Москва : МЦНМО, 2019. – Ч. 1. – 564 с.
38. Зорич, В. А. Математический анализ : в 2 ч. / В. А. Зорич. – 9-е изд., испр. – Москва : МЦНМО, 2019. – Ч. 2. – 676 с.
39. Карпук, А. А. Сборник задач по высшей математике : учебное пособие : в 10 ч. / А. А. Карпук, В. В. Цегельник, Е. А. Баркова. – Минск : БГУИР, 2007. – Ч. 7 : Интегральное исчисление функций многих переменных. – 119 с.
40. Карпук, А. А. Сборник задач по высшей математике : учебное пособие : в 10 ч. / А. А. Карпук, В. В. Цегельник, В. А. Ранцевич. – Минск : БГУИР, 2008. – Ч. 9 : Дифференциальные уравнения. – 166 с.
41. Никольский, С. М. Курс математического анализа / С. М. Никольский. – 6-е изд., стер. – Москва : Физматлит, 2001. – 592 с.
42. Сборник индивидуальных заданий по высшей математике / под ред. А. Н. Рябушко. – Минск : Высшая школа : 2007. – Ч. 2 – 396 с. ; Ч. 3 – 288 с.
43. Сборник задач по высшей математике для студентов радиотехнических специальностей БГУИР : в 10 ч. / А. А. Карпук [и др.]. – Минск : БГУИР, 2006. – Ч. 4 : Дифференциальное исчисление функций одной переменной. – 107 с.
44. Сборник задач по высшей математике для студентов радиотехнических специальностей БГУИР : в 10 ч. / А. А. Карпук [и др.]. – Минск : БГУИР, 2004. – Ч. 5 : Функции многих переменных. – 64 с.
45. Сборник задач по высшей математике для студентов радиотехнических специальностей БГУИР : в 10 ч. / А. А. Карпук [и др.]. – Минск : БГУИР, 2006. – Ч. 6 : Интегральное исчисление функций одной переменной. – 148 с.
46. Сборник задач по высшей математике для студентов радиотехнических специальностей БГУИР : учебное пособие : в 10 ч. / А. А. Карпук [и др.]. –

Минск : БГУИР, 2007. – Ч. 8 : Ряды. Фурье–анализ. – 119 с.

47. Садовничая, И. В. Математический анализ. Вещественные числа и последовательности / И. В. Садовничая, Т. Н. Фоменко, Е. В. Хорошилова. – Москва : МАКС Пресс, 2011. – 110 с.

48. Третьякова, Н. Н. Сборник задач по высшей математике / Н. Н. Третьякова, Т. М. Пушкарева, О. Н. Малышева. – Минск : БГУИР, 2005. – Ч. 3 : Введение в анализ. – 116 с.

МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ ПО ОРГАНИЗАЦИИ И ВЫПОЛНЕНИЮ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ ОБУЩАЮЩИХСЯ

При изучении учебной дисциплины рекомендуется использовать следующие формы самостоятельной работы:

- выполнение и защита типовых расчетов по основным разделам курса;
- доклады на студенческих научных конференциях;
- выполнение стандартизированных тестов.

ПЕРЕЧЕНЬ РЕКОМЕНДУЕМЫХ СРЕДСТВ ДИАГНОСТИКИ КОМПЕТЕНЦИЙ ОБУЩАЮЩИХСЯ

Примерными учебными планами вышеуказанных специальностей в качестве формы промежуточной аттестации по учебной дисциплине «Математический анализ» рекомендуется зачет и экзамен (для специальности 6-05-0612-02 «Информатика и технологии программирования» – экзамен). Оценка учебных достижений обучающегося осуществляется по системе «зачтено / не зачтено» и десятибалльной шкале.

Для текущего контроля по учебной дисциплине и диагностики компетенций могут использоваться следующие формы:

- контрольные работы;
- самостоятельные работы;
- тесты;
- доклады на конференциях;
- устный опрос в ходе практических занятий;
- коллоквиумы по пройденному теоретическому материалу.

РЕКОМЕНДУЕМЫЕ МЕТОДЫ (ТЕХНОЛОГИИ) ОБУЩЕНИЯ

Основные рекомендуемые методы (технологии) обучения, отвечающие целям и задачам учебной дисциплины:

элементы проблемного обучения (проблемное изложение, вариативное изложение, частично-поисковый метод), реализуемые во время чтения лекций и при проведении консультаций;

элементы учебно-исследовательской деятельности, реализация творческого подхода на практических занятиях.

ПРИМЕРНЫЙ ПЕРЕЧЕНЬ ТЕМ ПРАКТИЧЕСКИХ ЗАНЯТИЙ
*кроме специальности 6-05-0612-02 «Информатика и технологии
программирования»*

1. Введение в математический анализ. Комплексные числа. Многочлены.
2. Дифференциальное исчисление функций одной переменной.
3. Интегральное исчисление функций одной переменной.
4. Дифференциальное исчисление функций многих переменных.
5. Интегральное исчисление функций многих переменных.
6. Дифференциальные уравнения.
7. Числовые и функциональные ряды.

ПРИМЕРНЫЙ ПЕРЕЧЕНЬ ТЕМ ПРАКТИЧЕСКИХ ЗАНЯТИЙ
*для специальности 6-05-0612-02 «Информатика и технологии
программирования»*

1. Введение в математический анализ.
2. Дифференциальное исчисление функций одной переменной.
3. Интегральное исчисление функций одной переменной.
4. Дифференциальное исчисление функций многих переменных.
5. Интегральное исчисление функций многих переменных.
6. Числовые и функциональные ряды.
7. Элементы теории функций комплексного переменного.