

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ РЕСПУБЛИКИ БЕЛАРУСЬ
Учебно-методическое объединение по педагогическому образованию

УТВЕРЖДАЮ

Первый заместитель Министра
образования Республики Беларусь
_____ И.А.Старовойтова

Регистрационный № ТД _____ /тип.

ЛИНЕЙНАЯ АЛГЕБРА

**Типовая учебная программа по учебной дисциплине
для специальности
1-02 05 01 Математика и информатика**

СОГЛАСОВАНО

Председатель учебно-методического
объединения по педагогическому
образованию

_____ А.И.Жук

СОГЛАСОВАНО

Начальник Главного управления
профессионального образования
Министерства образования
Республики Беларусь

_____ С.А.Касперович

СОГЛАСОВАНО

Начальник Главного управления
общего среднего, дошкольного
и специального образования
Министерства образования
Республики Беларусь

_____ М.С.Киндиренко

СОГЛАСОВАНО

Проректор по научно-методической
работе Государственного учреждения
образования «Республиканский
институт высшей школы»

_____ И.В.Титович

Эксперт-нормоконтролер

СОСТАВИТЕЛИ:

Василец С.И., проректор по учебной работе учреждения образования «Белорусский государственный педагогический университет имени Максима Танка», кандидат физико-математических наук, доцент;

Климович А.Ф., декан физико-математического факультета учреждения образования «Белорусский государственный педагогический университет имени Максима Танка», кандидат педагогических наук, доцент;

Черняк А.А., профессор кафедры математики и методики преподавания математики физико-математического факультета учреждения образования «Белорусский государственный педагогический университет имени Максима Танка», доктор физико-математических наук, доцент.

РЕЦЕНЗЕНТЫ:

Кафедра высшей алгебры и защиты информации Белорусского государственного университета (протокол №10 от 14.04.2021 г.);

Тиунчик А.А., заведующий кафедрой высшей математики учреждения образования «Белорусский государственный аграрный технический университет», кандидат физико-математических наук, доцент.

РЕКОМЕНДОВАНА К УТВЕРЖДЕНИЮ В КАЧЕСТВЕ ТИПОВОЙ:

Кафедрой математики и методики преподавания математики физико-математического факультета учреждения образования «Белорусский государственный педагогический университет имени Максима Танка» (протокол № 11 от 25.05.2021 г.);

Научно-методическим советом учреждения образования «Белорусский государственный педагогический университет имени Максима Танка» (протокол № 6 от 26.05.2021 г.);

Научно-методическим советом по физико-математическому образованию и технологии учебно-методического объединения по педагогическому образованию (протокол № 2 от 04.06.2021 г.).

Ответственный за редакцию: А.А.Черняк

Ответственный за выпуск: А.А.Черняк

ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

Типовая учебная программа по учебной дисциплине «Линейная алгебра» разработана для учреждений высшего образования Республики Беларусь в соответствии с требованиями образовательного стандарта высшего образования первой ступени по специальности 1-02 05 01 Математика и информатика.

Цель учебной дисциплины – обеспечить будущего учителя математики и информатики мощным аппаратом линейной алгебры для изучения школьной алгебры на профильном уровне.

Задачи дисциплины:

на единой математической базе дать строгое изложение ключевых понятий и теорем линейной алгебры;

обеспечить пропедевтику абстрактных понятий теории линейных пространств на основе более наглядных координатных векторных пространствах;

сформировать теоретическую базу и инструментарий для изучения конечномерных расширений полей, играющих ключевую роль при изучении следующих учебных дисциплин модуля «Алгебра и теория чисел»;

использовать возможности информационных технологий для повышения эффективности проведения практических занятий с использованием систем компьютерной математики.

«Линейная алгебра» является одной из ведущих специальных учебных дисциплин в профессиональной подготовке преподавателя математики и информатики. С одной стороны, данная программа является естественным углублением и обобщением таких центральных разделов школьной алгебры, как: системы линейных уравнений с двумя или тремя переменными; координатный метод на плоскости и в пространстве; взаимное расположение прямых и плоскостей, канонические уравнения кривых второго порядка.

С другой стороны, она закладывает фундамент не только для освоения учебных дисциплин «Алгебра многочленов и расширения полей», «Алгебраические методы в криптографии», предусмотренных новым учебным планом специальности, но и для понимания студентами математических основ информатики и физики.

В результате изучения учебной дисциплины студент должен

знать:

определения и понятия линейной алгебры;
теоремы линейной алгебры и методы их обоснования;

уметь:

решать системы линейных уравнений;
приводить к каноническому виду квадратичные формы;

владеть:

навыками изложения доказательств теоретико-числовых утверждений;
навыками решения типовых теоретико-числовых задач.

Освоение учебной дисциплины «Линейная алгебра» должно обеспечить формирование базовой профессиональной компетенции: применять в работе с обучающимися положения теории чисел и методы линейной алгебры для решения алгебраических уравнений и их систем.

На изучение учебной дисциплины «Линейная алгебра» отводится 110 часов, из них аудиторных – 50 часов (лекции – 18 часов, практические занятия – 32 часа).

Рекомендуемые формы текущей аттестации – экзамен.

ПРИМЕРНЫЙ ТЕМАТИЧЕСКИЙ ПЛАН УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

№	Наименование раздела, темы	Всего аудиторных часов	Распределение аудиторного времени по видам занятий	
			лекции	практические занятия
РАЗДЕЛ 1. КООРДИНАТНЫЕ ВЕКТОРНЫЕ ПРОСТРАНСТВА		27	9	18
1.1	Линейно зависимые и независимые системы векторов	1	1	
1.2	Матрицы и операции над ними	4	1	3
1.3	Системы линейных алгебраических уравнений	4	1	3
1.4	Ранг и базис системы векторов. Ранг матрицы	6	2	4
1.5	Обратные матрицы. Матричные уравнения	6	2	4
1.6	Определитель матрицы и его свойства. Применение определителей	6	2	4
РАЗДЕЛ 2. ТРЁХМЕРНЫЕ И ДВУХМЕРНЫЕ ЛИНЕЙНЫЕ ПРОСТРАНСТВА		23	9	14
2.1	Линейные (евклидовы) пространства	3	1	2
2.2	Линейные операторы	6	2	4
2.3	Собственные значения и собственные векторы линейного оператора	4	2	2
2.4	Квадратичные формы. Диагонализация матриц	10	4	6
Итого:		50	18	32

СОДЕРЖАНИЕ УЧЕБНОГО МАТЕРИАЛА

Раздел 1. Координатные векторные пространства

1.1. Линейно зависимые и независимые системы векторов

Операции над n -мерными векторами и элементарные преобразования системы векторов. Критерии линейной независимости (зависимости) системы векторов.

1.2. Матрицы и операции над ними

Операции над матрицами и их основные свойства. Перестановочные, треугольные, диагональные, скалярные матрицы.

1.3. Системы линейных алгебраических уравнений

Метод Гаусса-Жордана решения систем линейных алгебраических уравнений (СЛАУ). Однородные СЛАУ. Критерии единственности решения СЛАУ.

1.4. Ранг и базис системы векторов. Ранг матрицы

Ранг и базис системы векторов. Ранг матрицы и свойства множества решений СЛАУ.

1.5. Обратные матрицы. Матричные уравнения

Матричные уравнения и свойства обратных матрицы. Обратимые матрицы специального вида. Алгоритм нахождения обратной матрицы методом Гаусса-Жордана.

1.6. Определитель матрицы и его свойства. Применение определителей

Равносильные определения определителя матрицы. Алгоритмы вычисления определителей. Применение определителей для решения квадратных СЛАУ.

Раздел 2. Трёхмерные и двумерные линейные пространства

2.1. Линейные (евклидовы) пространства

Определение линейного (евклидового) пространства и подпространства. Размерность подпространств. Изоморфизм линейных пространств. Ортонормированные базисы и ортогональные проекции.

2.2. Линейные операторы

Определение линейного оператора (преобразования) и его матрицы. Линейные операторы поворота, проектирования, зеркального отражения. Самосопряженный, ортогональный, невырожденный линейные операторы. Размерность ядра и образа линейного оператора.

2.3. Собственные значения и собственные векторы линейного оператора

Собственные значения и собственные векторы линейного оператора. Характеристический многочлен. Свойства множеств собственных векторов, соответствующих различным собственным значениям. Матрицы линейного оператора в различных базисах.

2.4. Квадратичные формы. Диагонализация матриц

Определение квадратичной формы. Диагонализация симметрических матриц. Алгоритм приведения уравнений 2-го порядка с двумя переменными к каноническому виду. Алгоритм диагонализация квадратичных форм. Приведение уравнений 2-го порядка с двумя переменными к каноническому виду.

ИНФОРМАЦИОННО-МЕТОДИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ

Основная литература

1. Алгебра и аналитическая геометрия : учеб. для студентов матем. спец. вузов / М. В. Милованов, М. М. Толкачев, Р. И. Тышкевич, А.С. Феденко. - Минск : Амалфея, 2001. - Ч. 1. - 401 с.
2. Алгебра и аналитическая геометрия: учебник для студентов матем. спец. вузов / М. В. Милованов, М. М. Толкачев, Р. И. Тышкевич, А. С. Феденко. - Минск : Амалфея, 2001 - Ч. 2. , 2001. - 352 с.
3. Курош А.Г. Курс высшей алгебры / А.Г. Курош. – М.: Лань, 2021. – 432 с. Репозиторий БГПУ. – Режим доступа: <http://elib.bspu.by/handle/doc/51544>.
4. Черняк, А.А. Математические расчеты в среде Mathcad / А.А.Черняк, Ж.А.Черняк. - М: Юрайт, 2021. — 161 с. Репозиторий БГПУ. – Режим доступа: <http://elib.bspu.by/handle/doc/51548>.

Дополнительная литература

1. Баркович, О.А. Алгебра: задания для практических занятий и самостоятельной работы: часть 2. Линейная алгебра / О.А. Баркович. – Минск: БГПУ, 2006. – 112 с.
2. Мантуров, О.В. Курс высшей математики. Линейная алгебра. Аналитическая геометрия. Дифференциальное исчисление функции одной переменной / Мантуров О.В., Матвеев Н.М. – М.: Высшая школа, 1986. – 480 с.
3. Проскуряков, И.В. Сборник задач по линейной алгебре / И.В. Проскуряков.– М.: Лань, 2021.– 476 с.
4. Черняк, А.А. Алгебра в задачах и решениях. Часть 1: Линейная алгебра / А.А. Черняк.– Мн.: БГПУ, 2007.– 100 с.

РЕКОМЕНДУЕМЫЕ ФОРМЫ И МЕТОДЫ ОБУЧЕНИЯ

Основными методами (формами) обучения, отвечающими целям учебной дисциплины, являются: методы проблемного обучения (проблемное изложение, частично-поисковый и исследовательский методы). В процессе реализации учебной программы особое место должна занимать организация учебно-исследовательской работы студентов. Эта работа должна органично включаться в образовательный процесс в сочетании со всеми видами учебных занятий.

Кроме того, рекомендуется проведение практических занятий на базе систем компьютерной математики, что призвано повысить эффективность учебного процесса, а также проиллюстрировать студентам преимущества использования современных информационных технологий в учебном процессе.

МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ ПО ОРГАНИЗАЦИИ И ВЫПОЛНЕНИЮ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ СТУДЕНТОВ

В принципе, каждая тема программы позволяет организовывать творческую самостоятельную работу студентов, которая будет содействовать становлению преподавателя-исследователя, владеющего значительным творческим потенциалом.

Рекомендуем следующие темы для организации самостоятельной работы студентов:

- свойства перестановочных, треугольных, диагональных и скалярных матриц;

- доказательства критериев единственности решения СЛАУ;

- доказательства теорем, вытекающих как следствия алгоритма Гаусса: о ранге матриц, об эквивалентных системах векторов, о ранге системы векторов;

- методы вычисления определителей матриц специального вида;

- формулы Крамера;

- исследование квадратичных форм на знакоопределенность.

Контроль за самостоятельной работой студентов предполагается проводить на еженедельных консультациях, коллоквиумах и экзаменах. Кроме того, контроль за самостоятельной работой студентов по ряду тем целесообразно проводить на базе системы компьютерной математики Mathcad.

ПЕРЕЧЕНЬ РЕКОМЕНДУЕМЫХ СРЕДСТВ ДИАГНОСТИКИ

Для контроля и самоконтроля качества усвоения знаний по учебной дисциплине рекомендуется использовать следующий диагностический инструментарий:

- проведение коллоквиума для подготовки к устной части экзамена;

- тестирование;

- защита выполненных индивидуальных заданий (в том числе и

разноуровневых);

проведение текущих контрольных работ по отдельным темам дисциплины;

устный опрос во время проведения занятий;

сдача экзамена по дисциплине.