

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ РЕСПУБЛИКИ БЕЛАРУСЬ

Учебно-методическое объединение по образованию
в области информатики и радиоэлектроники

УТВЕРЖДАЮ

Первый заместитель Министра образования
Республики Беларусь

_____ А.Г. Баханович

Регистрационный № _____

ЛИНЕЙНАЯ АЛГЕБРА И АНАЛИТИЧЕСКАЯ ГЕОМЕТРИЯ

**Примерная учебная программа по учебной дисциплине
для группы специальностей**

**0611 Прикладные информационные и коммуникационные технологии
специальностей:**

6-05-0612-01 Программная инженерия

6-05-0612-03 Системы управления информацией

6-05-0713-01 Микро- и наноэлектроника

6-05-0713-02 Электронные системы и технологии

6-05-0713-03 Радиосистемы и радиотехнологии

6-05-0717-01 Нанотехнологии и наноматериалы

7-07-0713-01 Информационные и управляющие системы физических установок

СОГЛАСОВАНО

Председатель Учебно-методического
объединения по образованию в
области информатики и
радиоэлектроники

_____ В.А. Богуш

СОГЛАСОВАНО

Начальник Главного управления
профессионального образования
Министерства образования
Республики Беларусь

_____ С.Н. Пищов

СОГЛАСОВАНО

Проректор по научно-методической
работе Государственного учреждения
образования «Республиканский
институт высшей школы»

_____ И.В. Титович

Эксперт-нормоконтролер

Минск 2024

СОСТАВИТЕЛИ:

Е.А.Баркова, заведующий кафедрой высшей математики учреждения образования «Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники», кандидат физико-математических наук, доцент;

Н.В.Князюк, доцент кафедры высшей математики учреждения образования «Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники», кандидат физико-математических наук;

О.В.Рыкова, доцент кафедры высшей математики учреждения образования «Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники», кандидат физико-математических наук, доцент;

А.П.Тынкович, доцент кафедры высшей математики учреждения образования «Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники», кандидат физико-математических наук

РЕЦЕНЗЕНТЫ:

Кафедра высшей математики Белорусского национального технического университета (протокол № 3 от 03.11.2023);

Ю.Л.Ратушева, доцент кафедры математических методов в экономике учреждения образования «Белорусский государственный экономический университет», кандидат физико-математических наук, доцент

РЕКОМЕНДОВАНА К УТВЕРЖДЕНИЮ В КАЧЕСТВЕ ПРИМЕРНОЙ:

Кафедрой высшей математики учреждения образования «Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники» (протокол № 3 от 26.10.2023);

Научно-методическим советом учреждения образования «Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники» (протокол № 4 от 15.12.02023);

Научно-методическим советом по прикладным информационным системам и технологиям Учебно-методического объединения по образованию в области информатики и радиоэлектроники (протокол № 4 от 09.11.2023);

Научно-методическим советом по радиосистемам и радиотехнологиям Учебно-методического объединения по образованию в области информатики и радиоэлектроники (протокол № 1 от 30.10.2023);

Научно-методическим советом по электронным системам и технологиям Учебно-методического объединения по образованию в области информатики и радиоэлектроники (протокол № 4 от 11.12.2023);

Научно-методическим советом по разработке программного обеспечения и информационно-коммуникационным технологиям Учебно-методического объединения по образованию в области информатики и радиоэлектроники (протокол № 4 от 11.12.2023);

Научно-методическим советом по микро- и наноэлектронной технике, наноматериалам и нанотехнологиям Учебно-методического объединения по образованию в области информатики и радиоэлектроники (протокол № 3 от 13.11.2023);

Научно-методическим советом по системам и сетям инфокоммуникаций Учебно-методического объединения по образованию в области информатики и радиоэлектроники (протокол № 7 от 07.12.2023);

Научно-методическим советом по информационной безопасности Учебно-методического объединения по образованию в области информатики и радиоэлектроники (протокол № 3 от 11.11.2023).

ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

ХАРАКТЕРИСТИКА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

Примерная учебная программа по учебной дисциплине «Линейная алгебра и аналитическая геометрия» разработана для студентов учреждений высшего образования в соответствии с требованиями образовательных стандартов общего и специального высшего образования и примерных учебных планов специальностей:

6-05-0611-01 «Информационные системы и технологии»,
6-05-0611-02 «Информационная безопасность»,
6-05-0611-03 «Искусственный интеллект»,
6-05-0611-04 «Электронная экономика»,
6-05-0611-05 «Компьютерная инженерия»,
6-05-0611-06 «Системы и сети инфокоммуникаций»,
6-05-0612-01 «Программная инженерия»,
6-05-0612-03 «Системы управления информацией»,
6-05-0713-01 «Микро- и нанoeлектроника»,
6-05-0713-02 «Электронные системы и технологии»,
6-05-0713-03 «Радиосистемы и радиотехнологии»,
6-05-0717-01 «Нанотехнологии и наноматериалы»,
7-07-0713-01 «Информационные и управляющие системы физических установок».

Линейная алгебра и аналитическая геометрия, наряду с математическим анализом, являются основными разделами математики, составляющими фундамент математического образования в высшей школе.

В связи с возросшей ролью математики в современной науке и технике будущие инженеры, маркетологи, программисты и другие специалисты в области радиоэлектроники и информатики нуждаются в системной, высокого уровня математической подготовке. Применяемые в линейной алгебре и аналитической геометрии методы и алгоритмы позволяют интерполировать их на исследование представляющих интерес технических процессов и явлений, служат надежным инструментом в достижении возникающих перед молодыми специалистами проблем, позволяют описать и спрогнозировать развитие процессов математическими языком, провести их детальный количественный и качественный анализ.

Изучение учебной дисциплины способствует формированию и развитию абстрактного, логического, алгоритмического мышления студентов, способностей к проведению тщательного анализа и прогнозирования при решении прикладных задач; приучает к точности, умению выделять главное, дает необходимые знания для последующей научно-исследовательской деятельности. В условиях профессионального образования полученные математические знания предстают не только как способ освоения определенной профессиональной деятельности, но и как средство развития потенциала личности.

Воспитательное значение учебной дисциплины «Линейная алгебра и аналитическая геометрия» заключается в формировании у обучающихся математической культуры и научного мировоззрения; развитии исследовательских умений, аналитических способностей, креативности, необходимых для решения научных и практических задач; развитии познавательных способностей и активности: творческой инициативы, самостоятельности, ответственности и организованности; формировании способностей к саморазвитию, самосовершенствованию и самореализации.

Изучение данной учебной дисциплины способствует созданию условий для формирования интеллектуально развитой личности обучающегося, которой присущи стремление к профессиональному совершенствованию, активному участию в экономической и социально-культурной жизни страны, гражданская ответственность и патриотизм.

ЦЕЛЬ, ЗАДАЧИ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

Цель учебной дисциплины: развитие интеллектуального потенциала обучающихся, их способностей к логическому и алгоритмическому мышлению; обучение применению новых понятий и методов линейной алгебры и аналитической геометрии, техники математических рассуждений и доказательств.

Задачи учебной дисциплины:

систематизированное и полное изложение основных понятий и методов линейной алгебры и аналитической геометрии;

освещение возможностей применения полученных в процессе изучения учебной дисциплины теоретических знаний и практических навыков к решению прикладных задач из курсов IT-дисциплин, физики и в других сферах;

развитие научного мировоззрения обучающихся, приобщение их к научно-исследовательской работе.

ТРЕБОВАНИЯ К УРОВНЮ ОСВОЕНИЯ СОДЕРЖАНИЯ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

В результате изучения учебной дисциплины «Линейная алгебра и аналитическая геометрия» формируются следующие компетенции:

универсальная: обладать навыками творческого аналитического мышления;

для специальности 6-05-0611-01 «Информационные системы и технологии»: обладать навыками аналитического мышления;

базовая профессиональная: применять методы матричного исчисления, анализировать решения систем линейных алгебраических уравнений, исследовать уравнения кривых и поверхностей аналитическими методами для решения прикладных инженерных задач.

В результате изучения учебной дисциплины обучающийся должен:

знать:

основные понятия и методы аналитической геометрии, векторной и линейной алгебры;

методы решения систем линейных уравнений;

способы задания прямых и плоскостей;

виды и канонические уравнения кривых второго порядка на евклидовой плоскости и поверхностей второго порядка в евклидовом пространстве;

критерии линейной зависимости и линейной независимости векторов;

линейные операторы, квадратичные формы;

уметь:

осуществлять операции над матрицами;

вычислять определитель матриц с помощью разложения по строке (столбцу);

находить обратную матрицу, определять ранг матрицы;

работать с простейшими системами координат (декартовой, полярной);

исследовать кривые и поверхности второго порядка, определять их вид;

по заданным условиям, находить уравнения прямых на плоскости и пространстве, плоскостей в пространстве, устанавливать их взаимное расположение;

осуществлять операции с векторами, находить скалярное, векторное и смешанное произведения векторов, площади и объемы построенных на векторах геометрических фигур на плоскости и в пространстве;

решать матричные уравнения;

решать системы линейных алгебраических уравнений методом Гаусса, Крамера, с использованием обратной матрицы;

находить собственные значения и собственные векторы матриц, исследовать квадратичные формы, осуществлять диагонализацию матриц.

владеть:

методами аналитического и численного решения систем линейных алгебраических уравнений;

алгоритмами диагонализации матриц, приведения квадратичных форм к диагональному виду;

навыками решения задач векторной алгебры, аналитической геометрии;

навыками творческого аналитического мышления.

Примерная учебная программа рассчитана на 120 учебных часов, из них – 68 аудиторных. Примерное распределение аудиторных часов по видам занятий: лекции – 34 часа, практические занятия – 34 часа.

ПРИМЕРНЫЙ ТЕМАТИЧЕСКИЙ ПЛАН

Наименование раздела, темы	Всего аудиторных часов	Лекции	Практические занятия
Тема 1. Линейная алгебра. Матрицы и операции над ними. Элементарные преобразования	6	4	2
Тема 2. Определители порядка n , их свойства и вычисление	4	2	2
Тема 3. Обратная матрица	4	2	2
Тема 4. Крамеровские системы алгебраических уравнений	4	2	2
Тема 5. Векторы, линейные операции над векторами. Системы координат	4	2	2
Тема 6. Векторная алгебра	6	2	4
Тема 7. Прямая на плоскости	4	2	2
Тема 8. Плоскость и прямая в пространстве	4	2	2
Тема 9. Кривые второго порядка на плоскости	4	2	2
Тема 10. Поверхности второго порядка	4	2	2
Тема 11. Ранг матрицы	4	2	2
Тема 12. Теория систем линейных алгебраических уравнений	4	2	2
Тема 13. Линейные пространства	4	2	2
Тема 14. Линейные операторы	4	2	2
Тема 15. Собственные значения и собственные векторы	4	2	2
Тема 16. Линейные операторы в евклидовом пространстве. Квадратичные формы	4	2	2
Итого:	68	34	34

СОДЕРЖАНИЕ УЧЕБНОГО МАТЕРИАЛА

Тема 1. ЛИНЕЙНАЯ АЛГЕБРА. МАТРИЦЫ И ОПЕРАЦИИ НАД НИМИ. ЭЛЕМЕНТАРНЫЕ ПРЕОБРАЗОВАНИЯ

Матрицы и линейные операции над ними. Произведение матриц. Транспонирование матриц. Свойства операций над матрицами. Элементарные преобразования матриц.

Тема 2. ОПРЕДЕЛИТЕЛИ ПОРЯДКА n , ИХ СВОЙСТВА И ВЫЧИСЛЕНИЕ

Определители второго и третьего порядка и их вычисление. Алгебраические дополнения и миноры. Определители n -го порядка и их свойства. Определитель произведения двух квадратных матриц одинакового порядка. Способы нахождения определителей.

Тема 3. ОБРАТНАЯ МАТРИЦА

Обратная матрица и ее построение методом присоединенной матрицы и методом Гаусса. Свойства обратной матрицы.

Тема 4. КРАМЕРОВСКИЕ СИСТЕМЫ АЛГЕБРАИЧЕСКИХ УРАВНЕНИЙ

Системы линейных алгебраических уравнений, общие понятия. Матричный способ решения крамеровских систем. Формулы Крамера. Метод Гаусса.

Тема 5. ВЕКТОРЫ, ЛИНЕЙНЫЕ ОПЕРАЦИИ НАД ВЕКТОРАМИ. СИСТЕМЫ КООРДИНАТ

Векторы в пространстве и линейные операции над ними. Проекция вектора на ось и на заданное направление, свойства проекций. Линейная зависимость и линейная независимость векторов. Базис на прямой, на плоскости и в пространстве. Разложение вектора по базису. Деление отрезка в заданном отношении. Декартова прямоугольная система координат, преобразования системы координат. Полярная система координат.

Тема 6. ВЕКТОРНАЯ АЛГЕБРА

Скалярное произведение векторов, его свойства и механический смысл. Скалярное произведение в координатной форме. Нахождение угла между векторами. Условие ортогональности двух векторов. Векторное произведение векторов: его свойства, геометрический и физический смысл. Ориентация тройки векторов в пространстве. Векторное произведение в координатной форме. Условие коллинеарности векторов. Смешанное произведение векторов: его свойства, геометрический смысл. Некоторые приложения смешанного произведения векторов.

Тема 7. ПРЯМАЯ НА ПЛОСКОСТИ

Прямая на плоскости и способы ее задания. Различные виды уравнений прямой на плоскости. Взаимное расположение двух прямых, условия их

перпендикулярности и параллельности. Угол между прямыми. Расстояние от точки до прямой.

Тема 8. ПЛОСКОСТЬ И ПРЯМАЯ В ПРОСТРАНСТВЕ

Различные виды уравнений плоскости. Взаимное расположение двух плоскостей в пространстве, угол между плоскостями. Расстояние от точки до плоскости. Различные виды уравнений прямой в пространстве. Взаимное расположение прямых в пространстве. Угол между прямыми. Расстояние от точки до прямой. Расстояние между параллельными и скрещивающимися прямыми. Взаимное расположение прямой и плоскости в пространстве. Угол между прямой и плоскостью.

Тема 9. КРИВЫЕ ВТОРОГО ПОРЯДКА НА ПЛОСКОСТИ

Понятие кривой второго порядка. Окружность, эллипс, гипербола, парабола, их геометрические свойства и канонические уравнения.

Тема 10. ПОВЕРХНОСТИ ВТОРОГО ПОРЯДКА

Поверхности второго порядка (поверхности вращения, цилиндрические и конические поверхности). Канонические уравнения поверхностей второго порядка (сфера, эллипсоид, гиперболоиды, параболоиды, конусы, цилиндры) и их свойства. Исследование поверхностей второго порядка методом сечений.

Тема 11. РАНГ МАТРИЦЫ

Понятие ранга матрицы. Методы нахождения ранга матрицы. Теорема о базисном миноре.

Тема 12. ТЕОРИЯ СИСТЕМ ЛИНЕЙНЫХ АЛГЕБРАИЧЕСКИХ УРАВНЕНИЙ

Произвольные системы линейных алгебраических уравнений. Теорема Кронекера-Капелли. Однородные системы линейных уравнений, фундаментальная система решений, структура общего решения. Неоднородные системы линейных уравнений, структура общего решения.

Тема 13. ЛИНЕЙНЫЕ ПРОСТРАНСТВА

Линейные пространства. Подпространство. Линейная зависимость и линейная независимость векторов, базис и размерность линейного пространства, координаты вектора. Матрица перехода и преобразование координат вектора при переходе от одного базиса к другому.

Тема 14. ЛИНЕЙНЫЕ ОПЕРАТОРЫ

Понятие линейного оператора. Матрица линейного оператора в заданном базисе. Действия над линейными операторами и их свойства. Преобразование матрицы линейного оператора при изменении базиса.

Тема 15. СОБСТВЕННЫЕ ЗНАЧЕНИЯ И СОБСТВЕННЫЕ ВЕКТОРЫ

Собственные векторы и собственные значения матриц, их свойства, алгоритм нахождения. Собственные векторы и собственные значения

симметрических матриц. Достаточное условие приводимости и алгоритм приведения матрицы к диагональному виду. Приведение симметрической матрицы к диагональному виду ортогональным преобразованием.

Тема 16. ЛИНЕЙНЫЕ ОПЕРАТОРЫ В ЕВКЛИДОВОМ ПРОСТРАНСТВЕ.
КВАДРАТИЧНЫЕ ФОРМЫ

Понятие евклидова пространства. Примеры евклидовых пространств, Основные соотношения для элементов евклидова пространства (неравенства Коши-Буняковского и треугольника). Квадратичные формы и их матрицы. Приведение квадратичной формы к каноническому виду ортогональным преобразованием. Знакоопределенность квадратичных форм, критерий Сильвестра. Применение квадратичных форм к исследованию кривых и поверхностей второго порядка.

ИНФОРМАЦИОННО-МЕТОДИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ

1. Апатенок, Р. Ф. Сборник задач по линейной алгебре и аналитической геометрии / Р. Ф. Апатенок [и др.]. – Минск : Высшая школа, 1990. – 286 с.
2. Беклемишев, Д. В. Курс аналитической геометрии и линейной алгебры / В. И. Беклемишев. – 10-е изд., испр. – Москва : ФИЗМАТЛИТ, 2005. – 304 с.
3. Бугров, Я. С. Высшая математика : учебник для вузов : в 3 т. / Я. С. Бугров, С. М. Никольский. – 7-е изд., стер. – Москва : Юрайт, 2023. – Т. 2. Элементы линейной алгебры и аналитической геометрии. – 281 с.
4. Борисенко, О. Ф. Высшая математика для технических университетов. Аналитическая геометрия / О. Ф. Борисенко, А. А Карпук. – Минск, Харвест, 2012. – 208 с.
5. Борисенко, О. Ф. Высшая математика для технических университетов. Линейная алгебра / О. Ф. Борисенко, А. А Карпук. – Минск, Харвест, 2012. – 224 с.
6. Канатников, А. Н. Аналитическая геометрия / А. Н. Канатников, А. П. Крищенко. – 2-е изд. – Москва : МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2000. – 388 с.
7. Канатников, А. Н. Линейная алгебра / А. Н. Канатников, А. П. Крищенко. – 3-е изд. – Москва : МГТУ им. Н. Э. Баумана, 2002. – 336 с.
8. Контрольные задания по общему курсу высшей математики / Ж. А. Черняк [и др.]. – Санкт-Петербург : Питер, 2006. – 189 с.
9. Краснов, М. Л. Вся высшая математика / М. Л. Краснов [и др.]. – Москва : Эдиториал УРСС, 2000. – 1200 с.
10. Кузнецов, Л. А. Сборник заданий по высшей математике. Типовые расчеты / Л. А. Кузнецов. – Москва: Высшая школа, 2006. – 336 с.
11. Математика. Применение пакета Mathematica : в 2 ч. / О. А. Вагнер, Л. А. Фомичева. – Минск : БГУИР, 2019. – Ч. 1 : Линейная алгебра. Аналитическая геометрия. Введение в математический анализ : пособие. – 180 с.
12. Математика. Сборник тематических заданий с образцами решений : в 3 ч. / Ж. А. Черняк [и др.]. – Минск : БГУИР, 2018. – Ч. 1. – 220 с.
13. Сборник задач по математике для вузов : линейная алгебра и основы математического анализа / под ред. А. В. Ефимова и Б. П. Демидовича. – 6-е изд., стер. – Москва : Альянс, 2011. – 478 с.
14. Цегельник, В. В. Аналитическая геометрия и линейная алгебра. Введение в анализ и дифференциальное исчисление функции одной переменной : пособие по учебной дисциплине «Математика» / В. В. Цегельник [и др.]. – Минск : БГУИР, 2017. – 198 с.

ДОПОЛНИТЕЛЬНАЯ

15. Данко, П. Е. Высшая математика в упражнениях и задачах : в 2 ч. / П. Е. Данко, А. Г. Попов, Т. Я. Кожевникова. – Москва : ОНИКС 21 век : Мир и Образование, 2002. – Ч. 1. – 304 с.
16. Карпук, А. А. Сборник задач по высшей математике : учебное пособие : в 10 ч. / А. А. Карпук, Р. М. Жевняк. – Минск : БГУИР, 2002. – Ч. 1 :

Аналитическая геометрия. – 318 с.

17. Карпук, А. А. Сборник задач по высшей математике : учебное пособие : в 10 ч. / А. А. Карпук, Р. М. Жевняк, В. В. Цегельник. – Минск : БГУИР, 2004. – Ч. 2 : Линейная алгебра : с решениями и комментариями. – 153 с.

18. Сборник индивидуальных заданий по высшей математике / под ред. А. Н. Рябушко. – Минск : Высшая школа. – 2007. – Ч. 1. – 303 с.

МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ ПО ОРГАНИЗАЦИИ И ВЫПОЛНЕНИЮ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ ОБУЧАЮЩИХСЯ

При изучении учебной дисциплины рекомендуется использовать следующие формы самостоятельной работы:

- выполнение и защита типовых расчетов по основным разделам курса;
- доклады на студенческих научных конференциях;
- выполнение стандартизированных тестов.

ПЕРЕЧЕНЬ РЕКОМЕНДУЕМЫХ СРЕДСТВ ДИАГНОСТИКИ КОМПЕТЕНЦИЙ ОБУЧАЮЩИХСЯ

Примерными учебными планами вышеуказанных специальностей в качестве формы промежуточной аттестации по учебной дисциплине «Линейная алгебра и аналитическая геометрия» рекомендуется экзамен. Оценка учебных достижений обучающихся производится по десятибалльной шкале.

Для текущего контроля по учебной дисциплине и диагностики компетенций могут использоваться следующие формы:

- контрольные работы;
- самостоятельные работы;
- тесты;
- доклады на конференциях;
- устный опрос в ходе практических занятий;
- коллоквиумы по пройденному теоретическому материалу.

РЕКОМЕНДУЕМЫЕ МЕТОДЫ (ТЕХНОЛОГИИ) ОБУЧЕНИЯ

Основные рекомендуемые методы (технологии) обучения, отвечающие целям и задачам учебной дисциплины:

элементы проблемного обучения (проблемное изложение, вариативное изложение, частично-поисковый метод), реализуемые во время чтения лекций и при проведении консультаций;

элементы учебно-исследовательской деятельности, реализация творческого подхода на практических занятиях.

ПРИМЕРНЫЙ ПЕРЕЧЕНЬ ТЕМ ПРАКТИЧЕСКИХ ЗАНЯТИЙ

1. Линейная алгебра. Матрицы и операции над ними. Элементарные преобразования.
2. Определители порядка n , их свойства и вычисление.
3. Обратная матрица.
4. Крамеровские системы алгебраических уравнений.
5. Векторы, линейные операции над векторами. Системы координат.
6. Векторная алгебра.
7. Прямая на плоскости.
8. Плоскость и прямая в пространстве.
9. Кривые второго порядка на плоскости.
10. Поверхности второго порядка.
11. Ранг матрицы.
12. Теория систем линейных алгебраических уравнений.
13. Линейные пространства.
14. Линейные операторы.
15. Собственные значения и собственные векторы.
16. Линейные операторы в евклидовом пространстве. Квадратичные формы.