

# МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ РЕСПУБЛИКИ БЕЛАРУСЬ

Учебно-методическое объединение по образованию  
в области информатики и радиоэлектроники

## УТВЕРЖДАЮ

Первый заместитель Министра образования  
Республики Беларусь

\_\_\_\_\_ И.А. Старовойтова

\_\_\_\_\_

Регистрационный № ТД-\_\_\_\_\_/тип.

## ДИСКРЕТНАЯ МАТЕМАТИКА

Типовая учебная программа по учебной дисциплине  
для направлений образования:

**28 Электронная экономика, 40 Информатика и вычислительная техника;**  
специальностей:

**1-53 01 02 Автоматизированные системы обработки информации,**

**1-53 01 07 Информационные технологии и управление в технических  
системах,**

**1-58 01 01 Инженерно-психологическое обеспечение информационных  
технологий**

### СОГЛАСОВАНО

Председатель Учебно-методического  
объединения по образованию в  
области информатики и  
радиоэлектроники

\_\_\_\_\_ В.А. Богуш

\_\_\_\_\_

### СОГЛАСОВАНО

Начальник Главного управления  
профессионального образования  
Министерства образования  
Республики Беларусь

\_\_\_\_\_ С.А. Касперович

\_\_\_\_\_

### СОГЛАСОВАНО

Проректор по научно-методической  
работе Государственного учреждения  
образования «Республиканский  
институт высшей школы»

\_\_\_\_\_ И.В. Титович

\_\_\_\_\_

Эксперт-нормоконтролер

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

Минск 2021

**СОСТАВИТЕЛИ:**

Л.Д. Черемисинова, профессор кафедры инженерной психологии и эргономики учреждения образования «Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники», доктор технических наук, профессор;

Н.В. Щербина, старший преподаватель кафедры инженерной психологии и эргономики учреждения образования «Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники»;

Ю.В. Поттосин, доцент кафедры электронных вычислительных машин учреждения образования «Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники», кандидат физико-математических наук, доцент;

А.С. Сидорович, старший преподаватель кафедры электронных вычислительных машин учреждения образования «Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники»;

Н.Г. Егорова, доцент кафедры информатики учреждения образования «Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники», кандидат технических наук, доцент.

**РЕЦЕНЗЕНТЫ:**

Кафедра высшей математики Белорусского национального технического университета (протокол № 10 от 21.05.2021 г.);

М.М. Лукашевич, руководитель проекта ИООО «Софтек Девелопмент», кандидат технических наук, доцент;

Н.И. Белодед, доцент кафедры управления информационными ресурсами Академии управления при Президенте Республики Беларусь, кандидат технических наук, доцент.

**РЕКОМЕНДОВАНА К УТВЕРЖДЕНИЮ В КАЧЕСТВЕ ТИПОВОЙ:**

Кафедрой инженерной психологии и эргономики учреждения образования «Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники» (протокол № 17 от 26.04.2021 г.);

Кафедрой программного обеспечения информационных технологий учреждения образования «Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники» (протокол № 14 от 19.04.2021 г.);

Кафедрой информационных технологий автоматизированных систем учреждения образования «Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники» (протокол № 17 от 12.04.2021 г.);

Кафедрой информатики учреждения образования «Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники» (протокол № 12 от 06.04.2021 г.);

Кафедрой электронных вычислительных машин учреждения образования «Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники» (протокол № 16 от 26.04.2021 г.);

Кафедрой экономической информатики учреждения образования «Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники» (протокол № 12 от 13.04.2021 г.);

Кафедрой вычислительных методов и программирования учреждения образования «Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники» (протокол № 19 от 12.05.2021 г.);

Научно-методическим советом учреждения образования «Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники» (протокол № 11 от 18.06.2021 г.);

Научно-методическим советом по прикладным информационным системам и технологиям Учебно-методического объединения по образованию в области информатики и радиоэлектроники (протокол № 4 от 29.03.2021 г.);

Научно-методическим советом по разработке программного обеспечения и информационно-коммуникационным технологиям Учебно-методического объединения по образованию в области информатики и радиоэлектроники (протокол № 6 от 18.05.2021 г.).

## ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

### ХАРАКТЕРИСТИКА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

Типовая учебная программа по учебной дисциплине «Дискретная математика» разработана для студентов учреждений высшего образования, обучающихся по специальностям: 1-28 01 01 «Экономика электронного бизнеса»; 1-28 01 02 «Электронный маркетинг», 1-40 01 01 «Программное обеспечение информационных технологий», 1-40 02 01 «Вычислительные машины, системы и сети», 1-40 02 02 «Электронные вычислительные средства», 1-40 04 01 «Информатика и технологии программирования», 1-40 05 01 «Информационные системы и технологии (по направлениям)», 1-53 01 02 «Автоматизированные системы обработки информации», 1-53 01 07 «Информационные технологии и управление в технических системах», 1-58 01 01 «Инженерно-психологическое обеспечение информационных технологий» в соответствии с требованиями образовательного стандарта высшего образования первой степени и типовых учебных планов вышеуказанных специальностей.

Учебная дисциплина «Дискретная математика» является математической основой современных информационных технологий, рассматривается как язык и математические средства построения и анализа моделей в области проектирования автоматизированных систем управления, обработки информации и конструирования средств вычислительной техники и электронных устройств. Знания и навыки, полученные при изучении курса дискретной математики, являются общепрофессиональными, формируют базовый уровень знаний инженера для освоения других специальных учебных дисциплин. Освоение курса дискретной математики способствует формированию у студентов навыков дискретного математического мышления, умения применять его в конкретных задачах проектирования обработки информации. Большое значение в рамках изучения данной учебной дисциплины уделяется математической логике, булевой алгебре, теории множеств, отношений и графов, в терминах которых формулируется большинство задач, связанных с дискретными объектами.

### ЦЕЛЬ, ЗАДАЧИ, РОЛЬ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

Цель учебной дисциплины: ознакомление студентов с основными понятиями и методами разделов математики: комбинаторики, теории булевых функций, множеств, отношений, графов, сложности; овладение студентами математическим аппаратом дискретной математики для решения задач дискретной структуры из предметной области инженера; формирование практических навыков формализации и решения прикладных задач с помощью методов дискретной математики; формирование терминологической и понятийной базы, необходимой для самостоятельного изучения специальной математической литературы; развитие логического мышления у студентов.

Задачи учебной дисциплины:

приобретение студентами знаний об универсальных средствах (языках) формализованного представления информации;

формирование у студентов навыков корректной переработки информации, представленной на этих языках;

изучение студентами принципов композиции и декомпозиции информационных комплексов и информационных процессов;

овладение студентами методами перехода с одного языка описания явления на другой с сохранением содержательной ценности моделей и учетом возможностей и условий перехода.

Базовыми учебными дисциплинами по курсу «Дискретная математика» являются «Линейная алгебра и аналитическая геометрия» и «Математический анализ». В свою очередь учебная дисциплина «Дискретная математика» является базой для таких учебных дисциплин, как «Численные методы» и «Теория вероятностей и математическая статистика».

### ТРЕБОВАНИЯ К УРОВНЮ ОСВОЕНИЯ СОДЕРЖАНИЯ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

В результате изучения учебной дисциплины «Дискретная математика» сформируются следующие компетенции:

*универсальные:*

обладать навыками творческого аналитического мышления;

*базовые профессиональные:*

формализовать и решать прикладные задачи в сфере инфокоммуникационных технологий с помощью методов дискретной математики;

*для специальности 1-40 04 01 «Информатика и технологии программирования»:* формализовать и решать прикладные задачи в сфере инфокоммуникационных технологий с помощью методов дискретной математики и кибернетики;

*для специальности 1-40 01 01 «Программное обеспечение информационных технологий»* также: использовать фундаментальные положения информатики, математической логики и теории алгоритмов для эффективной разработки программного обеспечения.

В результате изучения учебной дисциплины обучающийся должен:

*знать:*

логические операции;

основные методы теории множеств и комбинаторики;

булевы функции;

элементы теории формальных грамматик и языков;

основные понятия и результаты теории графов;

основы теории алгоритмов, понятие о классах сложности P и NP;

элементы теории кодирования;

*уметь:*

переводить предложения на формальный язык логики высказываний; решать базовые комбинаторные задачи;

исследовать на полноту системы булевых функций;

исследовать на изоморфизм простейшие графы, определять связность, двудольность и планарность графов;

определять делимость кода, строить оптимальный код;

*владеть:*

навыками анализа композиции и декомпозиции информационных комплексов и процессов;

формальным языком логики высказываний;

понятиями алфавитного и равномерного кодирования;

навыками решения проблем однозначности декодирования;

методами определения сложности алгоритма и вычислений.

Типовая программа по учебной дисциплине «Дискретная математика» рассчитана на 108 учебных часов, из них – 50 аудиторных.

Примерное распределение аудиторных часов по видам занятий: лекций – 26 часов, практических занятий – 24 часа.

Программа разработана без учета часов, отводимых на проведение текущей аттестации, определенной типовым учебным планом.

## ПРИМЕРНЫЙ ТЕМАТИЧЕСКИЙ ПЛАН

(кроме специальности 1-40 04 01 «Информатика и технологии программирования»)

| Наименование раздела, темы  | Всего аудиторных, часы | Лекции, часы | Практические занятия, часы |
|---|------------------------|--------------|----------------------------|
| <b>Раздел 1. Множества. Отношения. Комбинаторный анализ</b>   | <b>24/20</b>           | <b>12/10</b> | <b>12/10</b>               |
| Тема 1. Основы теории конечных множеств   | 4/4                    | 2/2          | 2/2                        |
| Тема 2. Основы теории отношений   | 4/4                    | 2/2          | 2/2                        |
| Тема 3. Комбинаторика и вычислительная сложность алгоритмов   | 4/0                    | 2/0          | 2/0                        |
| Тема 4. Математическая логика   | 4/4                    | 2/2          | 2/2                        |
| Тема 5. Равносильные преобразования формул и нормальные формы булевой алгебры. Элементы логики высказываний | 4/4                    | 2/2          | 2/2                        |
| Тема 6. Элементы логики предикатов  | 4/4                    | 2/2          | 2/2                        |
| <b>Раздел 2. Графы</b>  | <b>16/12</b>           | <b>8/6</b>   | <b>8/6</b>                 |
| Тема 7. Графы: связность, обходы, кратчайшие пути   | 4/4                    | 2/2          | 2/2                        |
| Тема 8. Графы: изоморфизм, циклы, разрезы   | 4/0                    | 2/0          | 2/0                        |
| Тема 9. Графы: независимость и покрытия   | 4/4                    | 2/2          | 2/2                        |
| Тема 10. Графы: раскраска и планарность   | 4/4                    | 2/2          | 2/2                        |
| <b>Раздел 3. Булевы функции</b>   | <b>10/6</b>            | <b>6/4</b>   | <b>4/2</b>                 |
| Тема 11. Булево пространство и булевы функции   | 4/2                    | 2/2          | 2/0                        |
| Тема 12. Разложения, функциональная полнота   | 4/0                    | 2/0          | 2/0                        |
| Тема 13. Минимизация булевых функций (в классе ДНФ)   | 2/4                    | 2/2          | 0/2                        |
| <b>Раздел 4. Теория автоматов</b>   | <b>0/12</b>            | <b>0/6</b>   | <b>0/6</b>                 |
| Тема 14. Минимизация числа состояний полного автомата   | 0/4                    | 0/2          | 0/2                        |
| Тема 15. Минимизация числа состояний частичного автомата  | 0/4                    | 0/2          | 0/2                        |
| Тема 16. Кодирование состояний синхронного автомата   | 0/4                    | 0/2          | 0/2                        |
| <b>Итого:</b>   | <b>50</b>              | <b>26</b>    | <b>24</b>                  |

Материал разделов 1- 4 выбираются в зависимости от специальности (направления специальности).

## СОДЕРЖАНИЕ УЧЕБНОГО МАТЕРИАЛА

(кроме специальности 1-40 04 01 «Информатика и технологии программирования»)

### Раздел 1. МНОЖЕСТВА. ОТНОШЕНИЯ. КОМБИНАТОРНЫЙ АНАЛИЗ

#### Тема 1. ОСНОВЫ ТЕОРИИ КОНЕЧНЫХ МНОЖЕСТВ

Понятие множества. Элементы, подмножества, универсум, мощность множества. Способы задания множества. Диаграммы Эйлера-Венна. Операции над множествами: объединение, пересечение, разность, дополнение. Покрытие и разбиение множества. Булеан множества. Булева алгебра множеств. Законы алгебры множеств. Принцип двойственности. Формулы алгебры множеств. Равносильные преобразования формул.

#### Тема 2. ОСНОВЫ ТЕОРИИ ОТНОШЕНИЙ

Декартово произведение множеств, кортежи. Отношения: унарные, бинарные, n-арные. Область задания отношений. Бинарные отношения: графическое и матричное представления. Характеристики бинарных отношений: проекции, образы, прообразы. Область определения и область значений. Отношения полностью и частично определенные. Операции над отношениями: теоретико-множественные, композиция отношений. Обратное отношение. Бинарные отношения на множестве: представление, свойства (рефлексивность, иррефлексивность, симметричность, антисимметричность, транзитивность, дихотомия). Типы бинарных отношений: эквивалентность, толерантность, порядок (строгий, частичный, полный, лексикографический).

#### Тема 3. КОМБИНАТОРИКА И ВЫЧИСЛИТЕЛЬНАЯ СЛОЖНОСТЬ АЛГОРИТМОВ

Основные задачи перечислительной комбинаторики. Общие правила комбинаторики (правило суммы, произведения). Комбинаторные конфигурации: выборки (упорядоченные и неупорядоченные, с повторениями и без повторений), размещения, сочетания, перестановки. Подсчет числа комбинаций: размещений, перестановок, сочетаний (с повторениями и без повторений). Вычислительная сложность алгоритмов: оценки сложности, скорость роста. Трудоемкость алгоритма: линейная, полиномиальная, экспоненциальная. Классы сложности алгоритмов: P и NP. Комбинаторные задачи и методы комбинаторного поиска: дерево поиска, стратегии обхода, метод ветвей и границ.

#### Тема 4. МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ЛОГИКА

Булевы переменные, логические операции. Таблица истинности. Логические формулы и функции: индуктивное определение формулы, порядок выполнения операций. Суперпозиция функций. Вычисление значения формулы: по табличному заданию, по представлению в виде дерева, по польской записи. Отношения между формулами: равносильность, формальная импликация. Теоретико-множественная интерпретация. Выполнимость формул. Тавтология и противоречие. Булева алгебра логики: основные законы, принцип двойственности.



Интерпретации булевой алгебры: булева алгебра множеств, высказываний, переключательных схем.

#### Тема 5. РАВНОСИЛЬНЫЕ ПРЕОБРАЗОВАНИЯ ФОРМУЛ И НОРМАЛЬНЫЕ ФОРМЫ БУЛЕВОЙ АЛГЕБРЫ. ЭЛЕМЕНТЫ ЛОГИКИ ВЫСКАЗЫВАНИЙ

Равносильные преобразования формул. Вывод формул перехода к булеву базису и обратно. Равносильные преобразования формул. Дизъюнктивные (ДНФ) и конъюнктивные (КНФ) нормальные формы: элементарные конъюнкции и дизъюнкции, их ранги. Преобразование булевой формулы к виду ДНФ и КНФ. Совершенные ДНФ и КНФ: полные элементарные конъюнкции и дизъюнкции, минтермы и макстермы. Получение совершенных ДНФ и КНФ по табличному заданию функции. Связь ДНФ и КНФ, взаимные преобразования.

Логика высказываний: высказывания, логические константы, операции (связки), формулы, истинность сложного высказывания. Выполнимость и общезначимость формул. Основные тавтологии логики высказываний. Логический вывод (правила вывода, порождение правил вывода из тавтологий).

#### Тема 6. ЭЛЕМЕНТЫ ЛОГИКИ ПРЕДИКАТОВ

Логика предикатов: предикаты (нуль-, одно-, двухместные, n-местные), предметная область. Операции логики предикатов: кванторы общности и существования, их связь с логическими операциями. Формулы логики предикатов: определение, кванторная глубина формулы, переменные связанные и свободные, ранг квантора. Основные равносильности логики предикатов: связь между кванторами существования и общности, коммутативность и дистрибутивность кванторов, равносильности с относительной константой. Нормальные формы логики предикатов. Приведение формулы к нормальному виду.

### Раздел 2. ГРАФЫ

#### Тема 7. ГРАФЫ: СВЯЗНОСТЬ, ОБХОДЫ, КРАТЧАЙШИЕ ПУТИ

Виды графов: ориентированный и неориентированный, конечный и бесконечный, двудольный, связный, полный, пустой, однородный. Обобщения графов: мультиграфы, псевдографы, гиперграфы, смешенные графы, графы с взвешенными вершинами и ребрами. Способы задания графов: матрицы инцидентности и смежности. Степени вершин. Лемма о рукопожатиях. Части графа: подграфы (порожденный, остовный, полный), маршруты, цепи, циклы. Ориентированные графы: способы задания, полустепени (исхода и захода) вершин, основание орграфа. Связность графов (сильная связность орграфа): компоненты связности. Анализ графа на связность. Операции над графами.

Маршруты, цепи, циклы неориентированного и ориентированного графов. Отношение достижимости на множестве вершин графа. Эйлеровы цепи и циклы. Теорема Эйлера. Алгоритм Флёрера построения эйлеровой цепи, цикла. Гамильтоновы цепи и циклы. Алгоритм поиска гамильтонового цикла, цепи. Задача о кратчайшем пути в графе. Алгоритм Форда построения кратчайшего пути.

### Тема 8. ГРАФЫ: ИЗОМОРФИЗМ, ЦИКЛЫ, РАЗРЕЗЫ

Отношение изоморфизма графов. Изоморфизм графов: канонизация графов, установление изоморфизма. Деревья, леса, остовы. Их свойства. Циклы и разрезы. Базис циклов, его построение. Матрица фундаментальных циклов. Цикломатическое число графа. Базис разрезов, его построение. Матрица фундаментальных разрезов.

### Тема 9. ГРАФЫ: НЕЗАВИСИМОСТЬ И ПОКРЫТИЯ

Доминирующее множество графа. Решение задачи о наименьшем доминирующем множестве. Независимое множество графа. Решение задачи о наибольшем независимом множестве. Независимые множества и клики графа. Вершинное покрытие графа. Решение задачи о наименьшем вершинном покрытии графа. Паросочетания и реберные покрытия. Задача о паросочетании.

### Тема 10. ГРАФЫ: РАСКРАСКА И ПЛАНАРНОСТЬ

Плоские и планарные графы. Теорема Эйлера о числе граней. Простейшие непланарные графы (графы  $K_5$  и  $K_{3,3}$ ). Теорема Понтрягина-Куратовского о планарности графа. Раскраска графа. Методы правильной раскраски графа. Хроматическое число графа. Бихроматический граф. Теорема Кёнига о бихроматичности графа. Раскраска планарных графов. Гипотеза четырех красок.

## Раздел 3. БУЛЕВЫ ФУНКЦИИ

### Тема 11. БУЛЕВО ПРОСТРАНСТВО И БУЛЕВЫ ФУНКЦИИ

Булево пространство: мера, графическое задание. Интервалы булева пространства и троичные векторы, отношения между ними (равенство, ортогональность, пересечение, поглощение, смежность, соседство), ранги. Графическое представление булева пространства: одно-, двух-,  $n$ - мерный куб. Развертка гиперкуба на плоскость: карта Карно, код Грея, зоны симметрии. Булевы функции: область определения, область значений, характеристическое множество функции, функции полностью определенные и частичные. Представление булевых функций: теоретико-множественное, табличное, матричное, векторное, алгебраическое, на кубе, на карте Карно. Системы булевых функций: представление.

### Тема 12. РАЗЛОЖЕНИЯ, ФУНКЦИОНАЛЬНАЯ ПОЛНОТА

Элементарные булевы функции и формулы. Теоретико-множественная интерпретация булевых функций. Векторные вычисления булевых функций (бесскобочная форма Лукасевича). Некоторые классы булевых функций: двойственные, самодвойственные, монотонные, линейные. Определение принадлежности функции этим классам. Принцип двойственности. Алгебра Жегалкина и полином Жегалкина. Построение полинома по таблице истинности и формуле алгебры логики. Дизъюнктивное и конъюнктивное разложения Шеннона: представление, иллюстрация на карте Карно.

Технический смысл. Доказательство функциональной полноты заданной системы функций (используя известную функционально полную систему функций). Важнейшие замкнутые классы функций: монотонных, линейных, самодвойственных, сохраняющих константы 0 и 1. Теорема Поста о функциональной полноте системы функций.

### Тема 13. МИНИМИЗАЦИЯ БУЛЕВЫХ ФУНКЦИЙ (В КЛАССЕ ДНФ)

Задача минимизации и ее технический смысл. Локальные методы упрощения ДНФ. Импликанты булевой функции, простые импликанты. Иллюстрация на диаграмме Эйлера-Венна. ДНФ булевой функции: сокращенная, безыбыточная, кратчайшая, минимальная. Минимизация булевой функции в классе ДНФ: метод Квайна, метод Квайна–МакКласки, построение и покрытие матрицы Квайна.

Визуальный метод минимизации булевых функций (на карте Карно): определяющие элементы и обязательные интервалы.

## Раздел 4. ТЕОРИЯ АВТОМАТОВ

### Тема 14. МИНИМИЗАЦИЯ ЧИСЛА СОСТОЯНИЙ ПОЛНОГО АВТОМАТА

Понятие автомата. Конечные автоматы. Автоматы Мили и Мура. Способы задания конечных автоматов. Последовательностные автоматы. Связь между моделями Мили и Мура. Синхронные и асинхронные автоматы. Частичные и полные автоматы. Структурная модель автомата.

Эквивалентность состояний полного автомата. Разбиение множества состояний на классы эквивалентности. Построение таблицы переходов минимального автомата.

### Тема 15. МИНИМИЗАЦИЯ ЧИСЛА СОСТОЯНИЙ ЧАСТИЧНОГО АВТОМАТА

Отношение реализации между частичными автоматами. Совместимость состояний. Получение максимальных совместимых множеств. Оценка числа максимальных совместимых множеств. Метод минимизации числа состояний частичного автомата.

### Тема 16. КОДИРОВАНИЕ СОСТОЯНИЙ СИНХРОННОГО АВТОМАТА

Влияние кодирования состояний на сложность реализации. Метод кодирования состояний, использующий степень желательности соседних кодов.

## ПРИМЕРНЫЙ ТЕМАТИЧЕСКИЙ ПЛАН

(для специальности 1-40 04 01 «Информатика и технологии программирования»)

| Наименование раздела, темы   | Всего аудиторных, часы | Лекции, часы | Практические занятия, часы |
|--|------------------------|--------------|----------------------------|
| <b>Раздел 1. Элементы теории графов</b>                                      | <b>24</b>              | <b>12</b>    | <b>12</b>                  |
| Тема 1. Основные понятия и определения теории графов. Способы задания графов | 4                      | 2            | 2                          |
| Тема 2. Операции на графах   | 4                      | 2            | 2                          |
| Тема 3. Связность графов   | 4                      | 2            | 2                          |
| Тема 4. Планарные графы  | 4                      | 2            | 2                          |
| Тема 5. Графы-деревья  | 4                      | 2            | 2                          |
| Тема 6. Транспортные сети. Раскраска   | 4                      | 2            | 2                          |
| <b>Раздел 2. Элементы комбинаторики</b>                                      | <b>26</b>              | <b>14</b>    | <b>12</b>                  |
| Тема 7. Основные комбинаторные конфигурации                                  | 8                      | 4            | 4                          |
| Тема 8. Методы решения перечислительных задач                                | 8                      | 4            | 4                          |
| Тема 9. Производящие функции   | 4                      | 2            | 2                          |
| Тема 10. Рекуррентные соотношения  | 4                      | 2            | 2                          |
| Тема 11. Основные комбинаторные задачи                                       | 2                      | 2            | -                          |
| <b>Итого:</b>  | <b>50</b>              | <b>26</b>    | <b>24</b>                  |

## **СОДЕРЖАНИЕ УЧЕБНОГО МАТЕРИАЛА**

*(для специальности 1-40 04 01 «Информатика и технологии программирования»)*

### **Раздел 1. ЭЛЕМЕНТЫ ТЕОРИИ ГРАФОВ**

#### **Тема 1. ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ И ОПРЕДЕЛЕНИЯ ТЕОРИИ ГРАФОВ. СПОСОБЫ ЗАДАНИЯ ГРАФОВ**

Определение понятия «граф». Теоретико-множественная и геометрическая интерпретация графов. Компоненты графов: вершины, ребра, дуги, петли. Степени вершин. Подграф. Орграф. Способы задания графов: матрицы инцидентности и смежности. Виды графов: ориентированный и неориентированный, двудольный, связный, полный, пустой, однородный.

#### **Тема 2. ОПЕРАЦИИ НА ГРАФАХ**

Объединение и пересечение графов. Декартово произведение, произведение, композиция. Свойства операций на графах. Реализация операций в матричной и геометрической формах.

#### **Тема 3. СВЯЗНОСТЬ ГРАФОВ.**

Понятие связности. Компоненты связности. Цепь, цикл, маршрут. Отношение достижимости на множестве вершин графа. Теоремы о связных графах. Эйлеровы и гамильтоновы графы. Условия существования эйлеровых цепей и циклов. Алгоритмы поиска кратчайшего пути, эйлеровой цепи.

#### **Тема 4. ПЛАНАРНЫЕ ГРАФЫ**

Плоские и планарные графы. Теорема Эйлера о числе граней. Теорема о реализуемости графов в трехмерном пространстве. Понятие изоморфизма и гомеоморфизма. Графы  $K_5$  и  $K_{3,3}$ . Алгоритм распознавания изоморфизма графов.

#### **Тема 5. ГРАФЫ-ДЕРЕВЬЯ**

Определения дерева, леса. Свойства деревьев. Цикломатическое число графа. Теорема А. Кэли. Каркас графа, условие существования каркаса. Поиск минимального каркаса.

#### **Тема 6. ТРАНСПОРТНЫЕ СЕТИ. РАСКРАСКА**

Определения транспортной сети, потока в транспортной сети. Понятие разреза и его свойства. Теорема Форда-Фалкерсона, алгоритм поиска максимального потока. Раскраска графа. Основные алгоритмы на графах.

### **Раздел 2. ЭЛЕМЕНТЫ КОМБИНАТОРИКИ**

#### **Тема 7. ОСНОВНЫЕ КОМБИНАТОРНЫЕ КОНФИГУРАЦИИ**

Правило суммы и правило произведения. Комбинаторные конфигурации (упорядоченные и неупорядоченные, с повторениями и без повторений) и их

свойства, перестановки, размещения, сочетания. Бином Ньютона, полиномиальная формула.

#### Тема 8. МЕТОДЫ РЕШЕНИЯ ПЕРЕЧИСЛИТЕЛЬНЫХ ЗАДАЧ

Метод рекуррентных соотношений. Метод включений и исключений. Задача о встречах или о беспорядках. Упорядоченное и неупорядоченное разбиение множеств. Разбиение чисел с учетом и без учета порядка.

#### Тема 9. ПРОИЗВОДЯЩИЕ ФУНКЦИИ

Полиномиальные производящие функции, экспоненциальные производящие функции. Производящие функции числа основных комбинаторных объектов.

#### Тема 10. РЕКУРРЕНТНЫЕ СООТНОШЕНИЯ

Методы решения рекуррентных соотношений.

#### Тема 11. ОСНОВНЫЕ КОМБИНАТОРНЫЕ ЗАДАЧИ

Экстремальные комбинаторные задачи. Сложность решения комбинаторных задач. Идеи и методы, положенные в основу построения эффективных алгоритмов.

## ИНФОРМАЦИОННО-МЕТОДИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ

### ЛИТЕРАТУРА

#### ОСНОВНАЯ

1. Черемисинова, Л. Д. Дискретная математика: учеб. пособие / Л. Д. Черемисинова. – Минск: БГУИР, 2019. – 299 с.
2. Белоусов, А. И. Дискретная математика : учебник для ВУЗов / А. И. Белоусов, С. Б. Ткачѳв ; под ред. В. С. Зарубина, А. П. Крищенко. – М. : МГТУ им. Н. Э. Баумана, 2001. – 744 с.
3. Нефѳдов, В. Н. Курс дискретной математики : учебное пособие / В. Н. Нефѳдов, В. А. Осипова. – М. : МАИ, 1992. – 264 с.
4. Поттосин, Ю. В. Основы дискретной математики и теории алгоритмов : учебно-методическое пособие / Ю. В. Поттосин, Т. Г. Пинчук, С. А. Поттосина. – Минск : БГУИР, 2021. – 122 с.

#### ДОПОЛНИТЕЛЬНАЯ

1. Андерсон, Дж. А. Дискретная математика и комбинаторика / Дж. А. Андерсон. – М. : Изд. дом «Вильямс», 2003. – 958 с.
2. Ахо, Ф. Структуры данных и алгоритмы / Ф. Ахо, Дж. Хопкрофт, Дж. Ульман. – М. : Изд. дом «Вильямс», 1979. – 536 с.
3. Басакер, Р. Конечные графы и сети / Р. Басакер, Т. Саати. – М. : Наука, 1974. – 368 с.
4. Берж, К. Теория графов и ее применения / К. Берж. – М.: ИЛ, 1962. – 320 с.
5. Бондаренко, М. Ф. Компьютерная дискретная математика / М. Ф. Бондаренко, Н. В. Белоус, А. Г. Руткас. – Харьков : Компания СМИТ, 2004. – 480 с.
6. Верещагин, Н. К. Лекции по математической логике и теории алгоритмов. В 3 ч. Ч. 1 : Начала теории множеств / Н. К. Верещагин, А. Шень. – М. : МЦНМО, 2008. – 128 с.
7. Виленкин, Н. Я., Комбинаторика / Н. Я. Виленкин, А. Н. Виленкин, П. А. Виленкин. – М. : ФИМА, МЦНМО, 2006. – 400 с.
8. Гаврилов, Г. П. Сборник задач по дискретной математике / Г. П. Гаврилов, А. А. Сапоженко. – М. : Наука, 1977. – 368 с.
9. Гиндикин, С. Г. Алгебра логики в задачах / С. Г. Гиндикин. – М. : Наука, 1972. – 288 с.
10. Гладков, Л. А. Дискретная математика / Л. А. Гладков, В. В. Курейчик, В. М. Курейчик. – М. : Физматлит, 2014. – 496 с.
11. Глушков, В. М. Синтез цифровых автоматов / В. М. Глушков. – М. : Физматгиз, 1962. – 476 с.
12. Гэри, М. Вычислительные машины и труднорешаемые задачи / М. Гэри, Д. Джонсон. – М. : Мир, 1982. – 416 с.
13. Евстигнеев, В. А. Задачи и упражнения по теории графов и комбинаторике / В. А. Евстигнеев, Л. С. Мельников. – Новосибирск : Изд. НГУ, 1981. – 88 с.

14. Евстигнеев, В. А. Применение теории графов в программировании / В. А. Евстигнеев. – М. : Наука, 1985. – 352 с.
15. Ерусалимский, Я. Н. Дискретная математика: теория, задачи, приложения / Я. Н. Ерусалимский. – М. : Вузовская книга, 2000. – 280 с.
16. Закревский, А. Д. Логический синтез каскадных схем / А. Д. Закревский. – М. : Наука, 1981. – 414 с.
17. Закревский, А. Д. Основы логического проектирования. В 2 кн. Кн. 1 : Комбинаторные алгоритмы дискретной математики / А. Д. Закревский, Ю. В. Поттосин, Л. Д. Черемисинова. – Минск : ОИПИ НАН Беларуси, 2004. – 226 с.
18. Закревский, А. Д. Основы логического проектирования. В 2 кн. Кн. 2 : Оптимизация в булевом пространстве. – Минск : ОИПИ НАН Беларуси, 2004. – 240 с.
19. Закревский, А. Д. Логические основы проектирования дискретных устройств / А. Д. Закревский, Ю. В. Поттосин, Л. Д. Черемисинова. – М. : Физматлит, 2007. – 589 с.
20. Зыков, А. А. Основы теории графов / А. А. Зыков. – М. : Наука, 1987. – 384 с.
21. Кристофидес, Н. Теория графов. Алгоритмический подход / Н. Кристофидес. – М. : Мир, 1978. – 432 с.
22. Кузнецов, О. П. Дискретная математика для инженеров / О. П. Кузнецов, Г. М. Адельсон-Вельский. – М. : Энергия, 1988. – 480 с.
23. Лекции по теории графов / В. А. Емеличев [и др.]. – М. : Наука, 1990. – 384 с.
24. Липский, В. Комбинаторика для программистов / В. Липский. – М. : Мир, 1998. – 214 с.
25. Микони, С. В. Дискретная математика для бакалавра: множества, отношения, функции, графы: учебное пособие / С. В. Микони. – СПб. : Лань, 2012. – 192 с.
26. Миллер, Р. Теория переключательных схем. В 2 т. Т. 1 : / Р. Миллер. – М. : Наука, 1970. – 416 с.
27. Новиков, Ф. А. Дискретная математика для программистов / Ф. А. Новиков. – СПб. : Питер, 2005. – 364 с.
28. Оре, О. Теория графов / О. Оре. – М. : Наука, 1980. – 336 с.
29. Рейнгольд, Э. Комбинаторные алгоритмы: теория и практика / Э. Рейнгольд, Ю. Нивергельт, Н. Део. – М. : Мир, 1980. – 476 с.
30. Свами, М. Графы, сети и алгоритмы / М. Свами, К. Тхуласираман. – М.: Мир, 1984. – 455 с.
31. Тишин, В. В. Дискретная математика в примерах и задачах / В. В. Тишин. – СПб. : БХВ-Петербург, 2016. – 336 с.
32. Уилсон, Р. Введение в теорию графов / Р. Уилсон. – М. : Мир, 1977. – 205 с.
33. Хаггарты, Р. Дискретная математика для программистов / Р. Хаггарты. – Техносфера, 2004. – 320 с.
34. Харари, Ф. Перечисление графов / Ф. Харари, Э. Палмер. – М. : Мир, 1977. – 324 с.



35. Харари, Ф. Теория графов / Ф. Харари. – М. : Мир, 1973. – 304 с. ; 3-е изд. – М. : КомКнига, 2006. – 296 с.
36. Холл, М. Комбинаторика / М. Холл. – М. : Мир, 1970. – 424 с.
37. Яблонский, С. В. Введение в дискретную математику / С. В. Яблонский. – М. : Наука, 1986. – 384 с.
38. D. F. McAllister. – Prentice-Hall, inc., Englewood Cliffs, N.J., 1977.
39. Stanat, D. F. Discrete mathematics in computer science / D. F. Stanat, D. F. McAllister. – Prentice-Hall, inc., Englewood Cliffs, N.J., 1977.
40. Горбатов, В. А. Фундаментальные основы дискретной математики. Информационная математика / В. А. Горбатов. – М. : Наука, ФИЗМАТЛИТ, 2000. – 544 с.
41. Баканович, Э. А. Дискретная математика : учебное пособие для студентов спец. Н.08.02.00 и Т.12.01.00 : в 2 ч. Ч. 1. : Элементы теории графов и сетевые / Э. А. Баканович, Н. А. Волорова, А. В. Епихин. – Мн. : БГУИР, 1998. – 80 с.
42. Горбатов, В. А. Основы дискретной математики : учебное пособие для студентов ВУЗов / В. А. Горбатов. – М. : Высшая школа, 1986. – 311 с.
43. Судоплатов, С. В. Элементы дискретной математики : учебник / С. В. Судоплатов, Е. В. Овчинникова – М. : ИНФА-М, 2002. – 280 с. – (Серия “Высшее образование”).
44. Татт, У. Теория графов : пер. с англ. / У. Татт. – М. : Мир, 1988. – 424 с.
45. Бусленко, Н. П. Моделирование сложных систем / Н. П. Бусленко. – М. : Наука, 1968. – 356 с.
46. Сигорский, В. П. Математический аппарат инженера / В. П. Сигорский. – 2-е изд., стереотип. – Киев : Техника, 1977. – 768 с.
47. Ковалёв, М. М. Дискретная оптимизация / М. М. Ковалёв. – Мн. : БГУ, 1977. – 192 с.

## МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ ПО ОРГАНИЗАЦИИ И ВЫПОЛНЕНИЮ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ СТУДЕНТОВ

При изучении учебной дисциплины рекомендуется использовать следующие формы самостоятельной работы:

- работа с учебной и справочной литературой;
- составление конспектов;
- решение задач и выполнение упражнений;
- работа с раздаточным материалом.

## ПЕРЕЧЕНЬ РЕКОМЕНДУЕМЫХ СРЕДСТВ ДИАГНОСТИКИ КОМПЕТЕНЦИЙ СТУДЕНТА

Типовым учебным планом по специальностям 1-28 01 01 «Экономика электронного бизнеса», 1-28 01 02 «Электронный маркетинг», 1-40 02 01 «Вычислительные машины, системы и сети», 1-40 02 02 «Электронные вычислительные средства», 1-40 04 01 «Информатика и технологии программирования»

ния», 1-40 05 01 «Информационные системы и технологии (по направлениям)», 1-53 01 02 «Автоматизированные системы обработки информации», 1-53 01 07 «Информационные технологии и управление в технических системах», 1-58 01 01 «Инженерно-психологическое обеспечение информационных технологий» в качестве формы текущей аттестации по учебной дисциплине «Дискретная математика» рекомендуется зачет, по специальности 1-40 01 01 «Программное обеспечение информационных технологий» – экзамен.

Оценка учебных достижений студента по вышеуказанным специальностям производится по системе «зачтено/не зачтено», для специальности 1-40 01 01 «Программное обеспечение информационных технологий» – по десятибалльной шкале.

Для промежуточного контроля по учебной дисциплине и диагностики компетенций студентов могут использоваться следующие формы:

- коллоквиум;
- устный опрос;
- письменная самостоятельная работа;
- контрольная работа;
- отчеты по аудиторным/домашним практическим упражнениям с их устной защитой.

#### РЕКОМЕНДУЕМЫЕ МЕТОДЫ (ТЕХНОЛОГИИ) ОБУЧЕНИЯ

Основные рекомендуемые методы (технологии) обучения, отвечающие целям и задачам учебной дисциплины:

- индивидуальная работа;
- групповая работа;
- обучение, организованное на платформе Moodle.

#### ПРИМЕРНЫЙ ПЕРЕЧЕНЬ ТЕМ ПРАКТИЧЕСКИХ ЗАНЯТИЙ

*(кроме специальности 1-40 04 01 «Информатика и технологии программирования»)*

1. Множества.
2. Отношения.
3. Комбинаторика. Комбинаторные задачи.
4. Математическая логика.
5. Равносильные преобразования формул и нормальные формы.
6. Предикаты.
7. Графы: связность, обходы, кратчайшие пути.
8. Графы: изоморфизм.
9. Графы: независимость и покрытие.
10. Графы: раскраска и планарность.
11. Булево пространство, булевы функции.
12. Разложения, функциональная полнота.
13. Автоматы. Минимизация числа состояний полного автомата

14. Автоматы. Минимизация числа состояний частичного автомата
15. Кодирование состояний синхронного автомата.

#### ПРИМЕРНЫЙ ПЕРЕЧЕНЬ ТЕМ ПРАКТИЧЕСКИХ ЗАНЯТИЙ

*(для специальности 1-40 04 01 «Информатика и технологии программирования»)*

1. Основные понятия и определения теории графов. Способы задания графов.
2. Операции на графах.
3. Связность графов.
4. Планарные графы.
5. Графы-деревья.
6. Транспортные сети.
7. Основные комбинаторные конфигурации.
8. Методы решения перечислительных задач.
9. Производящие функции.
10. Рекуррентные отношения.

#### ПРИМЕРНЫЙ ПЕРЕЧЕНЬ КОМПЬЮТЕРНЫХ ПРОГРАММ

*(необходимого оборудования, наглядных пособий и т. п.)*

1. Текстовый редактор Microsoft Word.
2. Компьютерная программа PowerPoint.
3. Система компьютерной алгебры Maple.
4. Среда программирования языков высокого уровня.