

**МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ РЕСПУБЛИКИ БЕЛАРУСЬ**

Учебно-методическое объединение по образованию  
в области информатики и радиоэлектроники

**УТВЕРЖДАЮ**

Первый заместитель Министра образования  
Республики Беларусь

\_\_\_\_\_ А.Г.Баханович

\_\_\_\_\_

Регистрационный № \_\_\_\_\_

**АНАЛИТИЧЕСКАЯ ГЕОМЕТРИЯ И ЛИНЕЙНАЯ АЛГЕБРА**

**Примерная учебная программа по учебной дисциплине  
для специальности**

**6-05-0612-02 Информатика и технологии программирования**

**СОГЛАСОВАНО**

Председатель Учебно-методического  
объединения по образованию в  
области информатики и  
радиоэлектроники

\_\_\_\_\_ В.А.Богуш

\_\_\_\_\_

**СОГЛАСОВАНО**

Начальник Главного управления  
профессионального образования  
Министерства образования  
Республики Беларусь

\_\_\_\_\_ С.Н.Пищов

\_\_\_\_\_

**СОГЛАСОВАНО**

Проректор по научно-методической  
работе Государственного учреждения  
образования «Республиканский  
институт высшей школы»

\_\_\_\_\_ И.В.Титович

\_\_\_\_\_

Эксперт-нормоконтролер

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

Минск 2024

**СОСТАВИТЕЛИ:**

З.Н.Примичева, доцент кафедры информатики учреждения образования «Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники», кандидат физико-математических наук, доцент

**РЕЦЕНЗЕНТЫ:**

Кафедра «Высшая математика» Белорусского национального технического университета (протокол № 10 от 15.05.2024);

А.К.Деменчук, главный научный сотрудник отдела дифференциальных уравнений Институт математики Национальной академии наук Беларуси, доктор физико-математических наук, профессор

**РЕКОМЕНДОВАНА К УТВЕРЖДЕНИЮ В КАЧЕСТВЕ ПРИМЕРНОЙ:**

Кафедрой информатики учреждения образования «Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники» (протокол № 9 от 15.04.2024);

Научно-методическим советом учреждения образования «Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники» (протокол № \_\_\_\_ от \_\_\_\_\_);

Научно-методическим советом по разработке программного обеспечения и информационно-коммуникационным технологиям Учебно-методического объединения по образованию в области информатики и радиоэлектроники (протокол № \_\_\_\_ от \_\_\_\_\_)

## ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

### ХАРАКТЕРИСТИКА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

Примерная учебная программа по учебной дисциплине «Аналитическая геометрия и линейная алгебра» разработана для студентов учреждений высшего образования, обучающихся по специальности 6-05-0612-02 «Информатика и технологии программирования» в соответствии с требованиями образовательного стандарта общего высшего образования и примерного учебного плана вышеуказанной специальности.

Учебная дисциплина «Аналитическая геометрия и линейная алгебра» знакомит студентов с основными понятиями и методами аналитической геометрии и линейной алгебры и является базовой математической дисциплиной для подготовки специалистов в области информатики и информационных технологий. Актуальность изучения учебной дисциплины определяется той ролью, которую играет математика в жизни современного общества, ее влиянием на темпы развития научно-технического прогресса, а для студентов – будущих инженеров-программистов – профессиональной направленностью. Знание высшей математики является необходимым для фундаментальной подготовки специалистов инженерного профиля. Ускорение развития технических наук предъявляет повышенные требования к математическому образованию современных инженеров. Главное из них – это ориентация обучения студентов на применение математических методов к решению прикладных задач и широкое использование компьютерных технологий. Математический стиль мышления, умение рассуждать строго, умение аналитически разлагать задачу на основные базисные составляющие – все эти качества крайне необходимы будущему специалисту. Учебная дисциплина «Аналитическая геометрия и линейная алгебра» играет важную роль в математическом образовании, так как ее конструкции, идеи и методы исследований широко используются в других математических дисциплинах.

Воспитательное значение учебной дисциплины «Аналитическая геометрия и линейная алгебра» заключается в формировании у обучающихся математической культуры и научного мировоззрения; развитии исследовательских умений, аналитических способностей, креативности, необходимых для решения научных и практических задач; развитии познавательных способностей и активности: творческой инициативы, самостоятельности, ответственности и организованности; формировании способностей к саморазвитию, самосовершенствованию и самореализации.

Изучение данной учебной дисциплины способствует созданию условий для формирования интеллектуально развитой личности обучающегося, которой присущи стремление к профессиональному совершенствованию, активному участию в экономической и социально-культурной жизни страны, гражданская ответственность и патриотизм.

## ЦЕЛИ, ЗАДАЧИ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

Цели учебной дисциплины: развитие интеллектуального потенциала, способностей к логическому и алгоритмическому мышлению; освоение методов аналитической геометрии и линейной алгебры, техники математических рассуждений и доказательств, необходимых для дальнейшего использования в других математических дисциплинах, а также в областях знаний естественнонаучного содержания.

Задачи учебной дисциплины:

приобретение знаний основных положений аналитической геометрии и линейной алгебры;

изучение принципов внутренней логики, связывающей аналитическую геометрию и линейную алгебру;

приобретение аналитических навыков, необходимых для исследования и решения практических задач;

овладение современными методами аналитической геометрии и линейной алгебры.

Базовой учебной дисциплиной для учебной дисциплины «Аналитическая геометрия и линейная алгебра» является «Математика» уровня общего среднего образования. В свою очередь учебная дисциплина «Аналитическая геометрия и линейная алгебра» является базой для такой учебной дисциплины, как «Основы высшей алгебры».

## ТРЕБОВАНИЯ К УРОВНЮ ОСВОЕНИЯ СОДЕРЖАНИЯ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

В результате изучения учебной дисциплины «Аналитическая геометрия и линейная алгебра» формируются следующие компетенции:

*универсальная:* обладать навыками творческого аналитического мышления:

*базовая профессиональная:* решать системы алгебраических уравнений, исследовать уравнения кривых и поверхностей аналитическими методами, применять методы матричного исчисления.

В результате изучения учебной дисциплины студент должен:

*знать:*

основные понятия и принципы аналитической геометрии и линейной алгебры;

основные принципы внутренней логики, связывающей аналитическую геометрию и линейную алгебру;

*уметь:*

применять базовые научно-теоретические знания для решения теоретических и практических задач;

строить математические модели практических задач на основе методов аналитической геометрии и линейной алгебры;

применять основные математические модели и методы в научных исследованиях в области профессиональной деятельности;

*владеть:*

системным и сравнительным анализом;

приемами сведения практических задач к изученному математическому аппарату.

Примерная учебная программа рассчитана на 108 учебных часов, из них – 62 аудиторных. Примерное распределение аудиторных часов по видам занятий: лекции – 34 часа, практические занятия – 28 часов.

## ПРИМЕРНЫЙ ТЕМАТИЧЕСКИЙ ПЛАН

Наименование раздела, темы	Всего аудиторных часов	Лекции	Практические занятия
<b>Раздел 1. Векторно-матричное исчисление</b>	<b>18</b>	<b>10</b>	<b>8</b>
Тема 1. Определители. Правило Крамера	4	2	2
Тема 2. Векторы и операции над ними	6	4	2
Тема 3. Матрицы	4	2	2
Тема 4. Ранг матрицы. Системы линейных уравнений	4	2	2
<b>Раздел 2. Аналитическая геометрия на плоскости и в пространстве</b>	<b>14</b>	<b>8</b>	<b>6</b>
Тема 5. Прямая на плоскости. Кривые второго порядка на плоскости	6	4	2
Тема 6. Прямая и плоскость в пространстве	4	2	2
Тема 7. Поверхности второго порядка в пространстве	4	2	2
<b>Раздел 3. Линейные векторные пространства</b>	<b>8</b>	<b>4</b>	<b>4</b>
Тема 8. Линейные векторные пространства	4	2	2
Тема 9. Линейные евклидовы пространства	4	2	2
<b>Раздел 4. Линейные операторы и квадратичные формы</b>	<b>22</b>	<b>12</b>	<b>10</b>
Тема 10. Линейные операторы и их матрицы	4	2	2
Тема 11. Линейные операторы в евклидовых пространствах	4	2	2
Тема 12. Собственные значения и собственные векторы линейных операторов	4	2	2
Тема 13. Переход к новому базису	4	2	2
Тема 14. Диагональный вид матрицы линейного оператора	2	2	-
Тема 15. Квадратичные формы	4	2	2
<b>Итого:</b>	<b>62</b>	<b>34</b>	<b>28</b>

## СОДЕРЖАНИЕ УЧЕБНОГО МАТЕРИАЛА

### Раздел 1. ВЕКТОРНО-МАТРИЧНОЕ ИСЧИСЛЕНИЕ.

#### Тема 1. ОПРЕДЕЛИТЕЛИ. ПРАВИЛО КРАМЕРА.

Определители и их свойства. Вычисление определителей. Правило Крамера для системы  $n$  линейных уравнений.

#### Тема 2. ВЕКТОРЫ И ОПЕРАЦИИ НАД НИМИ

Векторы. Линейные операции над векторами. Линейная зависимость и независимость векторов. Базис. Декартова система координат. Скалярное произведение векторов. Векторное и смешанное произведение векторов и их свойства.

#### Тема 3. МАТРИЦЫ

Матрицы и действия над ними. Обратная матрица, системы линейных уравнений в матричной форме.

#### Тема 4. РАНГ МАТРИЦЫ. СИСТЕМЫ ЛИНЕЙНЫХ УРАВНЕНИЙ

Ранг матрицы. Элементарные преобразования и вычисление ранга. Теорема о ранге матрицы. Метод окаймляющих миноров. Понятие  $n$ -мерного векторного пространства. Исследование систем линейных уравнений на совместность. Критерий совместности. Решение систем линейных уравнений.

### Раздел 2. АНАЛИТИЧЕСКАЯ ГЕОМЕТРИЯ НА ПЛОСКОСТИ И В ПРОСТРАНСТВЕ

#### Тема 5. ПРЯМАЯ НА ПЛОСКОСТИ. КРИВЫЕ ВТОРОГО ПОРЯДКА НА ПЛОСКОСТИ

Прямая на плоскости. Различные типы уравнений прямой на плоскости. Кривые второго порядка на плоскости. Канонические уравнения окружности, эллипса, гиперболы, параболы.

#### Тема 6. ПРЯМАЯ И ПЛОСКОСТЬ В ПРОСТРАНСТВЕ

Прямая и плоскость в пространстве. Различные типы уравнений прямой и плоскости в пространстве. Взаимное расположение прямых, плоскостей, прямой и плоскости в пространстве.

#### Тема 7. ПОВЕРХНОСТИ ВТОРОГО ПОРЯДКА В ПРОСТРАНСТВЕ

Поверхности второго порядка (цилиндрические, конические, поверхности вращения, эллипсоид, гиперboloиды, параболоиды). Канонические уравнения поверхностей второго порядка. Метод сечений. Линейчатость поверхностей второго порядка.

### Раздел 3. ЛИНЕЙНЫЕ ВЕКТОРНЫЕ ПРОСТРАНСТВА

#### Тема 8. ЛИНЕЙНЫЕ ВЕКТОРНЫЕ ПРОСТРАНСТВА

Определение линейного векторного пространства. Примеры линейных векторных пространств. Линейная независимость векторов. Базис, размерность пространства, подпространство. Линейная оболочка. Операции над подпространствами.

#### Тема 9. ЛИНЕЙНЫЕ ЕВКЛИДОВЫ ПРОСТРАНСТВА

Определение линейного евклидова пространства. Примеры евклидовых пространств. Неравенство Коши-Буняковского. Норма вектора. Ортогональный и ортонормированный базис. Аффинное пространство.

### Раздел 4. ЛИНЕЙНЫЕ ОПЕРАТОРЫ И КВАДРАТИЧНЫЕ ФОРМЫ

#### Тема 10. ЛИНЕЙНЫЕ ОПЕРАТОРЫ И ИХ МАТРИЦЫ

Определение линейного оператора и его матрицы. Примеры линейных операторов. Действия над линейными операторами. Обратный оператор.

#### Тема 11. ЛИНЕЙНЫЕ ОПЕРАТОРЫ В ЕВКЛИДОВЫХ ПРОСТРАНСТВАХ

Линейные операторы в евклидовых пространствах. Сопряженные операторы и их матрицы. Самосопряженные операторы. Ортогональные операторы.

#### Тема 12. СОБСТВЕННЫЕ ЗНАЧЕНИЯ И СОБСТВЕННЫЕ ВЕКТОРЫ ЛИНЕЙНЫХ ОПЕРАТОРОВ

Собственные значения и собственные векторы линейного оператора. Характеристическое уравнение. Собственные значения и векторы самосопряженных операторов.

#### Тема 13. ПЕРЕХОД К НОВОМУ БАЗИСУ

Переход к новому базису линейного векторного пространства. Матрица перехода. Преобразование матрицы линейного оператора при замене базиса.

#### Тема 14. ДИАГОНАЛЬНЫЙ ВИД МАТРИЦЫ ЛИНЕЙНОГО ОПЕРАТОРА

Приведение матрицы линейного оператора к диагональному виду. Диагональный вид матрицы самосопряженного оператора.

#### Тема 15. КВАДРАТИЧНЫЕ ФОРМЫ

Квадратичные формы и их матрицы. Приведение квадратичной формы к каноническому виду. Знакоопределенные квадратичные формы. Критерий Сильвестра. Приведение уравнений кривых и поверхностей второго порядка к каноническому виду с помощью квадратичных форм.

**ИНФОРМАЦИОННО-МЕТОДИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ****ЛИТЕРАТУРА****ОСНОВНАЯ**

1. Аналитическая геометрия и линейная алгебра. Введение в анализ и дифференциальное исчисление функции одной переменной : пособие / В. В. Цегельник [и др.]. – Минск : БГУИР, 2017. – 198 с.
2. Беклемишев, Д. В. Курс аналитической геометрии и линейной алгебры: учебник для физико-математических и инженерно-физических специальностей вузов / Д. В. Беклемишев. – 19-е изд., стер. – Москва : Лань, 2022. – 448 с.
3. Бугров, Я. С. Высшая математика: в 3 т. Т. 2: Элементы линейной алгебры и аналитической геометрии : учебник для вузов / Я. С. Бугров, С. М. Никольский. – 7-е изд., стер. – Москва: Юрайт, 2024. – 281 с.
4. Бутузов, В. Ф. Линейная алгебра в вопросах и задачах : учебное пособие / В. Ф. Бутузов, Н. Ч. Крутицкая, А. А. Шишкин. – 2-е изд., испр. – Москва : Физматлит, 2002. – 248 с.
5. Ильин, В. А. Линейная алгебра : учебник для вузов / В. А. Ильин, Э. Г. Позняк. – 6-е изд.; стер. – Москва : Физматлит, 2014. – 280 с.
6. Элементы линейной алгебры и аналитической геометрии : учебное пособие для студентов инж.-техн. спец. вузов / Р. Ф. Апатенок [и др.]; под ред. В. Т. Воднева. – 3-е изд., перераб. и доп. – Екатеринбург : Юланд, 2016. – 272 с.

**ДОПОЛНИТЕЛЬНАЯ**

7. Алгебра и аналитическая геометрия : учебник для математич. спец. вузов : в 2 ч. Ч. 2 / М. В. Милованов [и др.]. – Минск : Амалфея, 2001. – 352 с.
8. Гантмахер, Ф. Р. Теория матриц / Ф. Р. Гантмахер. – 5-е изд., доп. – Москва : Физматлит, 2004. – 559 с.
9. Гельфанд, И. М. Лекции по линейной алгебре / И. М. Гельфанд. – 6-е изд., испр. – Москва : Добросвет, 2006. – 320 с.
10. Гусак, А. А. Справочник по высшей математике / А. А. Гусак, Г. М. Гусак, Е. А. Бричикова. – 9-е изд. – Минск : ТетраСистемс, 2009. – 640 с.
11. Данко, П. Е. Высшая математика в упражнениях и задачах : учебное пособие для вузов : в 2 ч. Ч. 1 / П. Е. Данко, А. Г. Попов, Т. Я. Кожевникова. – 6-е изд. – Москва : Оникс 21 век ; Мир и Образование, 2003. – 304 с.
12. Ильин, В. А. Линейная алгебра и аналитическая геометрия / В. А. Ильин, Г. Д. Ким. – Москва : МГУ, 2002. – 319 с.
13. Кострикин, А. И. Введение в алгебру : в 3 ч. Ч. 1: Основы алгебры / А. И. Кострикин. – 3-е изд. – Москва : Физматлит, 2018. – 272 с.
14. Кострикин, А. И. Введение в алгебру : в 3 ч. Ч. 2: Линейная алгебра / А. И. Кострикин. – 3-е изд. – Москва : Физматлит, 2004. – 368 с.
15. Милованов, М. В. Алгебра и аналитическая геометрия : учебник для математич. спец. вузов : в 2 ч. Ч. 1 / М. В. Милованов, Р. И. Тышкевич, А. С. Феденко. – Минск : Амалфея, 2001. – 400 с.

16. Высшая математика для инженеров : учеб. пособие для вузов : в 2 т. Т. 1 / С. А. Минюк [и др.] ; под общ. ред. Н. А. Микулика. – Минск : Элайда, 2004. – 455с.

17. Проскураков, И. В. Сборник задач по линейной алгебре / И. В. Проскураков. – 13-е изд., стер. – Санкт-Петербург : Лань, 2010. – 480 с.

18. Индивидуальные задания по высшей математике. Линейная и векторная алгебра. Аналитическая геометрия. Дифференциальное исчисление функций одной переменной : учебное пособия для студентов технических специальностей: в 3 ч. Ч. 1 / А. П. Рябушко [и др.] ; под общ. ред. А. П. Рябушко. – Минск : Вышэйшая школа, 2007. – 304 с.

19. Умнов, А. Е. Аналитическая геометрия и линейная алгебра : учеб. пособие / А. Е. Умнов. – 4-е изд., испр. и доп. – Москва : МФТИ, 2023. – 544 с.

## МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ ПО ОРГАНИЗАЦИИ И ВЫПОЛНЕНИЮ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ ОБУЩАЮЩИХСЯ

При изучении учебной дисциплины рекомендуется использовать следующие формы самостоятельной работы:

- выполнение домашних заданий и подготовка к практическим занятиям;
- изучение теоретического материала в процессе подготовки к лекциям;
- подготовка к проверочным работам;
- выполнение контрольных работ;
- получение консультаций преподавателя по изучаемым вопросам;
- самостоятельная работа на базе электронного образовательного ресурса по учебной дисциплине над определенными преподавателем разделами учебной дисциплины;
- подготовка к экзамену.

## ПЕРЕЧЕНЬ РЕКОМЕНДУЕМЫХ СРЕДСТВ ДИАГНОСТИКИ КОМПЕТЕНЦИЙ СТУДЕНТА

Примерным учебным планом по специальности 6-05-0612-02 «Информатика и технологии программирования» в качестве формы промежуточной аттестации по учебной дисциплине «Аналитическая геометрия и линейная алгебра» рекомендуется экзамен. Оценка учебных достижений студента производится по десятибалльной шкале.

Для текущего контроля по учебной дисциплине и диагностики компетенций студента могут использоваться следующие формы:

- собеседования;
- контрольные опросы;
- тестирование;
- отчеты по аудиторным практическим занятиям с их устной защитой.

## РЕКОМЕНДУЕМЫЕ МЕТОДЫ (ТЕХНОЛОГИИ) ОБУЧЕНИЯ

Основные рекомендуемые методы (технологии) обучения, отвечающие целям и задачам учебной дисциплины:

элементы проблемного обучения (проблемное изложение, частично-поисковый метод), реализуемые на лекционных и практических занятиях;

элементы контролируемого обучения (контрольные опросы, контрольные работы), реализуемые на практических занятиях, а также в ходе самостоятельной работы студентов.

## ПРИМЕРНЫЙ ПЕРЕЧЕНЬ ТЕМ ПРАКТИЧЕСКИХ ЗАНЯТИЙ

1. Определители и их свойства. Правило Крамера.
2. Векторы и операции над ними.
3. Матрицы и действия над ними.
4. Ранг матрицы. Метод Гаусса решения систем линейных алгебраических уравнений.
5. Прямая на плоскости. Кривые второго порядка на плоскости.
6. Прямая и плоскость в пространстве.
7. Поверхности второго порядка в пространстве.
8. Линейные векторные пространства.
9. Евклидовы пространства.
10. Линейные операторы.
11. Линейные операторы в евклидовых пространствах.
12. Собственные значения и собственные векторы линейного оператора.
13. Переход к новому базису. Диагональный вид матрицы линейного оператора.
14. Квадратичные формы и их приложения.