МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ РЕСПУБЛИКИ БЕЛАРУСЬ

Учебно-методическое объединение по образованию в области управления

**УТВЕРЖДЕНО**

Первым заместителем Министра

образования Республики Беларусь

А.Г.Бахановичем

**27.06.2024**

Регистрационный **№ 6-05-04-030/пр.**

**ВЫСШАЯ МАТЕМАТИКА**

**Примерная учебная программа по учебной дисциплине**

**для специальности:**

6-05-0414-03 «Государственное управление и экономика»

|  |  |
| --- | --- |
| СОГЛАСОВАНО  \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ \_\_\_\_\_\_\_\_\_  \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ | СОГЛАСОВАНО  Начальник Главного управления  профессионального образования  Министерства образования  Республики Беларусь  \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ С.Н.Пищов  \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ |
| СОГЛАСОВАНО  Председатель учебно-методического  объединения по образованию в области управления  \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ В.В.Данилович  \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ | СОГЛАСОВАНО  Проректор по научно-методической  работе Государственного учреждения  образования «Республиканский  институт высшей школы»  \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ И.В.Титович  \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ |
|  | Эксперт-нормоконтролер  \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ М.М. Байдун  \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ |

Минск 2024

**СОСТАВИТЕЛЬ:**

Б.В.Новыш, доцент кафедры управления информационными ресурсами Института управленческих кадров Академии управления при Президенте Республики Беларусь, кандидат физико-математических наук, доцент

**РЕЦЕНЗЕНТЫ:**

Г.Г.Крылов, доцент кафедры компьютерного моделирования физического факультета БГУ, кандидат физико-математических наук, доцент;

Кафедра естественнонаучных дисциплин Университета Национальной академии наук Беларуси (протокол № 6 от 29 декабря 2023г.).

**РЕКОМЕНДОВАНА К УТВЕРЖДЕНИЮ В КАЧЕСТВЕ ПРИМЕРНОЙ:**

Кафедрой управления информационными ресурсами Института управленческих кадров Академии управления при Президенте Республики Беларусь

(протокол № 14 от 06.12.2023 г.);

Научно-методическим советом Академии управления при Президенте Республики Беларусь

(протокол № 6 от 22.02.2024);

Научно-методическим советом по государственному управлению учебно-методического объединения по образованию в области управления

(протокол № 4 от 15.03.2024).

Ответственный за редакцию Б.В.Новыш

Ответственный за выпуск Б.В.Новыш

**ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА**

Примерная учебная программа по учебной дисциплине «Высшая математика» разработана для учреждений высшего образования в соответствии с требованиями образовательного стандарта общего высшего образования по специальности 6-05-0414-03 «Государственное управление и экономика» и примерного учебного плана по указанной специальности.

Целью учебной дисциплины является формирование у обучающихся математической базы, необходимой для успешного усвоения специальных дисциплин, развитие умений и навыков формализации экономико-управленческих задач и проведения математических расчетов применительно к конкретным проблемным ситуациям профессиональной деятельности.

В рамках поставленной цели задачи учебной дисциплины состоят   
в следующем:

познакомить обучающихся с языковым и понятийным аппаратом высшей математики;

способствовать изучению обучающимися теоретических основ базовых разделов высшей математики;

способствовать развитию у обучающихся практических навыков применения усвоенного теоретического материала при решении экономико-управленческих задач;

сформировать у обучающихся понимание необходимости и важности математических знаний для задач экономики и управления и интерпретации результатов, получаемых при использовании моделей;

развить у обучающихся математическое мышление, умение использовать математический аппарат для описания реальных проблемных ситуаций, построения, анализа и исследования математических моделей экономических и управленческих процессов.

Учебная дисциплина «Высшая математика» является составной частью модуля «Математический» государственного компонента.

Учебная программа составлена с учетом межпредметных связей   
с учебными дисциплинами «Математическая статистика и эконометрика», «Экономическая теория», «Моделирование управленческих решений» (дисциплина компонента учреждения образования).

В результате изучения учебной дисциплины обучающийся должен

**знать:**

методы векторной алгебры, линейной алгебры и аналитической геометрии;

основы дифференциального исчисления функций одной переменной;

основы интегрального исчисления;

методы анализа последовательностей и рядов;

методы решения обыкновенных дифференциальных уравнений;

основные понятия, аксиомы и схемы теории вероятностей;

**уметь:**

решать математические задачи с использованием аппарата высшей математики;

применять интегральное и дифференциальное исчисление при решении прикладных экономических и управленческих задач;

проводить исследование числовых последовательностей и рядов;

решать обыкновенные дифференциальные уравнения;

решать теоретико-вероятностные задачи;

**владеть:**

навыками постановки задач с использованием аппарата высшей математики;

основными методами вычислительной математики;

навыками постановки задач с использованием аппарата теории вероятностей;

навыками проведения теоретико-вероятностных расчетов в экономической, управленческой и информационно-производственной сферах.

Изучение учебной дисциплины «Высшая математика» направлено на формирование у студентов **базовой профессиональной компетенции:** применять математический аппарат для решения управленческих задач.

В рамках образовательного процесса по данной учебной дисциплине студент должен приобрести не только теоретические и практические знания, умения и навыки по специальности, но и развить свой ценностно-личностный, духовный потенциал, сформировать качества патриота и гражданина, готового к активному участию в экономической, производственной, социально-культурной и общественной жизни страны.

Всего на изучение учебной дисциплины «Высшая математика» отведено 396 часов, в том числе 166 аудиторных часов.

Примерное распределение аудиторных часов по видам занятий: лекции – 80 часов, практические занятия – 46 часов, семинарские занятия – 40 часов.

Рекомендуемая форма промежуточной аттестации – зачет, экзамен.

**ПРИМЕРНЫЙ ТЕМАТИЧЕСКИЙ ПЛАН**

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| №п/п | Наименование раздела, темы | Количество часов аудиторных занятий | | | |
| Всего | Лекции | Практические занятия | Семинарские занятия |
| **1** | **Элементы линейной алгебры и аналитической геометрии** | **50** | **26** | **14** | **10** |
| 1.1 | Множества | 4 | 2 |  | 2 |
| 1.2 | Числовые множества | 4 | 2 | 2 |  |
| 1.3 | Матрицы | 4 | 2 | 2 |  |
| 1.4 | Обратная матрица | 4 | 2 | 2 |  |
| 1.5 | Системы линейных уравнений | 6 | 2 | 2 | 2 |
| 1.6 | Векторы | 4 | 2 |  | 2 |
| 1.7 | Действия над векторами | 4 | 2 | 2 |  |
| 1.8 | Прямая и плоскость | 4 | 2 | 2 |  |
| 1.9 | Кривые второго порядка | 6 | 4 |  | 2 |
| 1.10 | Понятие евклидова пространства | 2 | 2 |  |  |
| 1.11 | Многочлены и рациональные функции | 4 | 2 | 2 |  |
| 1.12 | Квадратичные формы | 4 | 2 |  | 2 |
| **2** | **Математический анализ** | **88** | **42** | **26** | **20** |
| 2.1 | Числовые последовательности | 4 | 2 | 2 |  |
| 2.2 | Предел функции | 8 | 4 | 2 | 2 |
| 2.3 | Дифференцируемость функции | 8 | 6 | 2 |  |
| 2.4 | Исследование функций одной переменной и построение графика | 6 | 2 | 2 | 2 |
| 2.5 | Функции нескольких переменных | 8 | 4 | 2 | 2 |
| 2.6 | Исследование функции нескольких переменных | 6 | 2 | 2 | 2 |
| 2.7 | Неопределенный интеграл | 4 | 2 | 2 |  |
| 2.8 | Основные методы интегрирования | 6 | 2 | 2 | 2 |
| 2.9 | Определенный интеграл | 8 | 4 | 2 | 2 |
| 2.10 | Интегрирование функций многих переменных | 6 | 4 |  | 2 |
| 2.11 | Числовые ряды | 6 | 2 | 2 | 2 |
| 2.12 | Степенные ряды | 4 | 2 | 2 |  |
| 2.13 | Обыкновенные дифференциальные уравнения | 2 | 2 |  |  |
| 2.14 | Дифференциальные уравнения первого порядка | 6 | 2 | 2 | 2 |
| 2.15 | Дифференциальные уравнения второго порядка | 6 | 2 | 2 | 2 |
| **3** | **Основные концепции, методы и формулы теории вероятностей** | **28** | **12** | **6** | **10** |
| 3.1 | Основные понятия теории вероятностей | 8 | 4 | 2 | 2 |
| 3.2 | Методы определения вероятностей | 4 | 2 |  | 2 |
| 3.3 | Основные формулы теории вероятностей | 6 | 2 | 2 | 2 |
| 3.4 | Схема независимых испытаний Бернулли. Предельные теоремы для схемы Бернулли. | 6 | 2 | 2 | 2 |
| 3.5 | Многомерные случайные величины | 4 | 2 |  | 2 |
| **Итого:** | | **166** | **80** | **46** | **40** |

**СОДЕРЖАНИЕ УЧЕБНОГО МАТЕРИАЛА**

**Раздел 1. Элементы линейной алгебры и аналитической геометрии**

**Тема 1.1 Множества**

Множества. Основные операции над множествами. Соединения. Бином Ньютона.

**Тема 1.2. Числовые множества**

Множества натуральных, целых, рациональных и действительных чисел. Комплексные числа. Операции над комплексными числами. Тригонометрическая форма комплексного числа. Формула Муавра.

**Тема 1.3. Матрицы**

Определители и матрицы. Основные понятия. Операции над матрицами.

**Тема 1.4. Обратная матрица**

Понятие определителя матрицы, свойства определителя. Обратная матрица и ее свойства. Понятие о ранге матрицы и методы его вычисления.

**Тема 1.5. Системы линейных уравнений**

Системы линейных уравнений. Критерий совместности системы линейных уравнений. Правило Крамера решения систем линейных уравнений. Однородные системы линейных уравнений. Понятие разрешенных переменных

**Тема 1.6. Векторы**

Векторы и действия над ними. Понятия вектора, точки и радиус-вектора. Линейные операции над векторами. Проекция вектора на ось. Линейная зависимость векторов. Базис.

Координаты вектора в базисе. Декартовы прямоугольные координаты в пространстве. Координаты точек. Координаты векторов.

**Тема 1.7. Действия над векторами**

Направляющие косинусы. Скалярное произведение. Векторное произведение векторов. Смешанное произведение векторов.

**Тема 1.8. Прямая и плоскость**

Уравнения прямой. Линейные неравенства. Общее уравнение плоскости. Нормальное уравнение плоскости. Взаимное расположение двух плоскостей.

**Тема 1.9. Кривые второго порядка**

Эллипс. Гипербола. Парабола. Исследование на плоскости уравнения второй степени.

Параллельный перенос и поворот системы координат. Приведение уравнения второго порядка к каноническому виду.

**Тема 1.10. Понятие евклидова пространства**

Понятие евклидова пространства. N-мерные векторы. Коллинеарные векторы. Размерность и базис векторного пространства.

**Тема 1.11. Многочлены и рациональные функции**

Многочлены. Теорема о делении с остатком. Теорема Безу. Рациональные функции. Метод неопределенных коэффициентов.

**Тема 1.12. Квадратичные формы**

Понятие квадратичной формы. Канонический базис квадратичной формы.

Положительно и отрицательно определенные квадратичные формы. Применение квадратичных форм к исследованию кривых второго прядка.

**Раздел 2. Математический анализ**

**Тема 2.1. Числовые последовательности**

Числовые последовательности. Пределы. Сходящиеся последовательности. Бесконечный предел. Замечательные пределы. Принцип сходимости.

**Тема 2.2. Предел функции**

Функции. Основные понятия. Предел функции. Теорема Гейне. Односторонние пределы. Пределы на бесконечности.

Бесконечные пределы. Непрерывность функции. Непрерывность композиции. Точки разрыва.

**Тема 2.3. Дифференцируемость функции**

Производные. Определение и смысл производной. Построение касательной к графику функции. Дифференцируемость функции.

Правила дифференцирования. Таблица производных. Дифференциал. Приближенные вычисления.

Свойства дифференцируемых функций. Правила Лопиталя. Производные высших порядков. Формула Тейлора.

**Тема 2.4. Исследование функций одной переменной и построение графика**

Монотонность функции. Локальный экстремум. Исследование стационарных точек. Глобальный экстремум. Выпуклость и перегибы графика функции.

**Тема 2.5. Функции нескольких переменных**

Пространство . Последовательности в . Функции нескольких переменных. Предел. Непрерывность функции в . Непрерывность на множестве. Дифференциал функции нескольких переменных. Необходимые условия дифференцируемости. Достаточные условия дифференцируемости. Частные производные. Дифференцирование функции, заданной неявно и композиции функций. Полные дифференциалы и частные производные высших порядков. Признак полного дифференциала. Формула Тейлора.

**Тема 2.6. Исследование функции нескольких переменных**

Локальный экстремум функции нескольких переменных. Необходимое и достаточное условия. Исследование стационарных точек. Условный экстремум функций нескольких переменных. Глобальный экстремум.

**Тема 2.7. Неопределенный интеграл**

Понятие и свойства неопределенного интеграла. Замена переменных. Интегрирование по частям.

**Тема 2.8. Основные методы интегрирования**

Интегрирование рациональных функций. Метод рационализации. Интегрирование рационально-иррациональных функций.

Интегрирование рационально-тригонометрических функций.

**Тема 2.9. Определенный интеграл**

Определенный интеграл. Интегральные суммы. Основные свойства определенного интеграла. Оценки интегралов. Формулы среднего значения. Основные правила интегрирования. Приложения определенного интеграла. Несобственные интегралы.

Интегрирование неограниченных функций. Интегрирование по бесконечному промежутку.

**Тема 2.10. Интегрирование функций многих переменных**

Кратные интегралы. Свойства кратного интеграла. Правила вычисления кратного интеграла.

**Тема 2.11. Числовые ряды**

Числовые и функциональные ряды. Положительные ряды. Знакочередующиеся ряды. Абсолютная сходимость. Признаки сходимости.

**Тема 2.12. Степенные ряды**

Понятие о функциональных рядах. Сходимость функциональных рядов. Степенные ряды. Сходимость степенных рядов. Ряды Тейлора и Маклорена.

**Тема 2.13. Обыкновенные дифференциальные уравнения**

Обыкновенные дифференциальные уравнения. Основные разновидности дифференциальных уравнений. Основные методы решения дифференциальных уравнений.

**Тема 2.14. Дифференциальные уравнения первого порядка**

Дифференциальные уравнения и однопараметрические семейства кривых. Задача Коши. Дифференциальные уравнения с разделяющимися переменными. Однородные дифференциальные уравнения. Линейные дифференциальные уравнения.

**Тема 2.15. Дифференциальные уравнения второго порядка**

Задача Коши для дифференциальных уравнений второго порядка. Случаи понижения порядка. Линейные дифференциальные уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами. Линейные неоднородные уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами. Линейные дифференциальные уравнения n-го порядка.

**Раздел 3. Основные концепции, методы и формулы теории вероятностей**

**Тема 3.1. Основные понятия теории вероятностей**

Обзор основных представлений теории вероятностей и математической статистики. Понятие о детерминированных и стохастических моделях в экономике и менеджменте. Пространство элементарных событий. Операции над событиями и их свойства. Алгебра событий.

**Тема 3.2. Методы определения вероятностей**

Классическое определение вероятности события. Статистическое определение вероятности событий. Геометрические вероятности.

**Тема 3.3. Основные формулы теории вероятностей**

Формулы сложения и умножения вероятностей. Условная вероятность. Формула полной вероятности. Формула Байеса.

**Тема 3.4. Схема независимых испытаний Бернулли. Предельные теоремы для схемы Бернулли**

Схема независимых испытаний Бернулли. Формула Бернулли и условия ее применимости. Теорема Пуассона. Локальная и интегральная теоремы Муавра-Лапласа.

**Тема 3.5. Многомерные случайные величины**

Одномерные и многомерные случайные величины. Совместная функция и плотность распределения случайных величин. Корреляция случайных величин и характеризующие ее параметры. Корреляционный момент и коэффициент корреляции.

**ИНФОРМАЦИОННО-МЕТОДИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ**

**Основная литература:**

1. Баранова, Е. С. Практическое пособие по высшей математике. Типовые расчеты / Е. С. Баранова. – СПб. : Питер, 2020 – 400 с.
2. Сборник задач по избранным главам высшей математики : пособие / Е. А. Баркова [и др.]. – Минск : БГУИР, 2022. – 92 с.
3. Современный математический анализ в задачах и упражнениях : пособие / Е. А. Баркова [и др.]. – Минск : БГУИР, 2020. – 112 с.
4. Прохоров, Ю. В. Курс лекций по теории вероятностей   
   и математической статистике / Ю. В. Прохоров, А. В. Прохоров. – М.: МЦНМО, 2019. – 144 с.
5. Малугин, В. А.  Теория вероятностей и математическая статистика : учебник и практикум для вузов / В. А. Малугин – М. : Юрайт, 2023. – 470 с.

**Дополнительная литература:**

1. Кастрица, О. А. Высшая математика : учеб. пособие / О. А. Кастрица. – Минск : Новое знание, 2015. – 284 с.
2. Плющ, О. Б. Высшая математика: курс лекций : в 2 ч. / О. Б. Плющ,   
   Б. В. Новыш. – Минск: Акад. упр. при Президенте Респ. Беларусь, 2004. –   
   Ч. 1: Элементарная математика, аналитическая геометрия, высшая алгебра. – 168 с.
3. Новыш, Б. В. Высшая математика: курс лекций : в 2 ч. /   
   Б. В. Новыш, О. Б. Плющ. – Минск : Акад. упр. при Президенте   
   Респ. Беларусь, 2004. – Ч. 2: Математический анализ. – 200 с.
4. Кастрица, О. А. Высшая математика: примеры, задачи, упражнения : учеб. пособие для ВУЗов / О. А. Кастрица. – М. : ЮНИТИ, 2002. – 189 с.
5. Гмурман, В. Е. Теория вероятностей и математическая статистика: учебник для СПО / В. Е. Гмурман. – 12-е изд. – М. : Юрайт, 2016. – 479 с.
6. Вентцель, Е. С. Теория вероятностей / Е. С. Вентцель. – М. :   
   Высш. школа, 2002. – 575 с.

**Рекомендуемые формы и методы обучения**

Формы обучения – лекции, практические, семинарские занятия, самостоятельная работа с использованием представленных преподавателями материалов (электронный конспект лекций, электронный практикум)

Основными методами обучения, отвечающими целям учебной дисциплины, являются:

элементы проблемного и вариативного изложения, реализуемые   
на лекционных занятиях;

элементы учебно-исследовательской деятельности, творческого подхода, реализуемые на практических и семинарских занятиях.

**Перечень рекомендуемых средств диагностики компетенций обучающихся**

Для контроля качества усвоения знаний по учебной дисциплине рекомендуется использовать следующий диагностический инструментарий:

типовые задания;

устные опросы;

письменные опросы;

тесты;

зачет;

экзамен.

**Методические рекомендации**

**по организации самостоятельной работы обучающихся**

При изучении учебной дисциплины «Высшая математика» рекомендуется использовать следующие формы самостоятельной работы обучающихся:

изучение электронных учебных изданий и презентаций по учебной дисциплине;

самостоятельное решение типовых задач и практических заданий   
по разделам дисциплины;

изучение рекомендуемой литературы, а также рекомендуемых информационных ресурсов, размещенных в сети Интернет;

подготовка к зачету, экзамену.

**Требования к обучающимся при прохождении промежуточной аттестации**

В ходе промежуточной аттестации при оценивании знаний обучающихся применяются критерии оценивания, рекомендуемые Министерством образования Республики Беларусь.