**МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ РЕСПУБЛИКИ БЕЛАРУСЬ**

Учебно-методическое объединение по образованию

в области информатики и радиоэлектроники

**УТВЕРЖДЕНО**

Первым заместителем Министра образования

Республики Беларусь

А.Г.Бахановичем

**28.10.2024**

Регистрационный **№ 6-05-06-076/пр.**

**АНАЛИТИЧЕСКАЯ ГЕОМЕТРИЯ И ЛИНЕЙНАЯ АЛГЕБРА**

**Примерная учебная программа по учебной дисциплине**

**для специальности**

**6-05-0612-02 Информатика и технологии программирования**

|  |  |
| --- | --- |
| **СОГЛАСОВАНО**  Председатель Учебно-методического объединения по образованию в области информатики и радиоэлектроники  \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_В.А.Богуш  \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ | **СОГЛАСОВАНО**  Начальник Главного управления профессионального образования Министерства образования  Республики Беларусь  \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_С.Н.Пищов  \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ |
|  | **СОГЛАСОВАНО**  Проректор по научно-методической работе Государственного учреждения образования «Республиканский  институт высшей школы»  \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_И.В.Титович  \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ |
|  | Эксперт-нормоконтролер  \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ |

Минск 2024

**Составители:**

З.Н.Примичева, доцент кафедры информатики учреждения образования «Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники», кандидат физико-математических наук, доцент

**Рецензенты:**

Кафедра «Высшая математика» Белорусского национального технического университета (протокол № 10 от 15.05.2024);

А.К.Деменчук, главный научный сотрудник отдела дифференциальных уравнений Институт математики Национальной академии наук Беларуси, доктор физико-математических наук, профессор

**РЕКОМЕНДОВАНА К УТВЕРЖДЕНИЮ В КАЧЕСТВЕ ПРИМЕРНОЙ:**

Кафедрой информатики учреждения образования «Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники»   
(протокол № 9 от 15.04.2024);

Научно-методическим советом учреждения образования «Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники»  
(протокол № 9 от 17.05.2024);

Научно-методическим советом по разработке программного обеспечения и информационно-коммуникационным технологиям Учебно-методического объединения по образованию в области информатики и радиоэлектроники (протокол № 10 от 15.05.2024)

Ответственный за редакцию: С.С.Шишпаронок

**Пояснительная записка**

ХАРАКТЕРИСТИКА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

Примерная учебная программа по учебной дисциплине «Аналитическая геометрия и линейная алгебра» разработана для студентов учреждений высшего образования, обучающихся по специальности  
6-05-0612-02 «Информатика и технологии программирования» в соответствии с требованиями образовательного стандарта общего высшего образования и примерного учебного плана вышеуказанной специальности.

Учебная дисциплина «Аналитическая геометрия и линейная алгебра» знакомит студентов с основными понятиями и методами аналитической геометрии и линейной алгебры и является базовой математической дисциплиной для подготовки специалистов в области информатики и информационных технологий. Актуальность изучения учебной дисциплины определяется той ролью, которую играет математика в жизни современного общества, ее влиянием на темпы развития научно-технического прогресса, а для студентов – будущих инженеров-программистов – профессиональной направленностью. Знание высшей математики является необходимым для фундаментальной подготовки специалистов инженерного профиля. Ускорение развития технических наук предъявляет повышенные требования к математическому образованию современных инженеров. Главное из них – это ориентация обучения студентов на применение математических методов к решению прикладных задач и широкое использование компьютерных технологий. Математический стиль мышления, умение рассуждать строго, умение аналитически разлагать задачу на основные базисные составляющие – все эти качества крайне необходимы будущему специалисту. Учебная дисциплина «Аналитическая геометрия и линейная алгебра» играет важную роль в математическом образовании, так как ее конструкции, идеи и методы исследований широко используются в других математических дисциплинах.

Воспитательное значение учебной дисциплины «Аналитическая геометрия и линейная алгебра» заключается в формировании у обучающихся математической культуры и научного мировоззрения; развитии исследовательских умений, аналитических способностей, креативности, необходимых для решения научных и практических задач; развитии познавательных способностей и активности: творческой инициативы, самостоятельности, ответственности и организованности; формировании способностей к саморазвитию, самосовершенствованию и самореализации.

Изучение данной учебной дисциплины способствует созданию условий для формирования интеллектуально развитой личности обучающегося, которой присущи стремление к профессиональному совершенствованию, активному участию в экономической и социально-культурной жизни страны, гражданская ответственность и патриотизм.

ЦЕЛИ, ЗАДАЧИ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

Цели учебной дисциплины: развитие интеллектуального потенциала, способностей к логическому и алгоритмическому мышлению; освоение методов аналитической геометрии и линейной алгебры, техники математических рассуждений и доказательств, необходимых для дальнейшего использования в других математических дисциплинах, а также в областях знаний естественнонаучного содержания.

Задачи учебной дисциплины:

приобретение знаний основных положений аналитической геометрии и линейной алгебры;

изучение принципов внутренней логики, связывающей аналитическую геометрию и линейную алгебру;

приобретение аналитических навыков, необходимых для исследования и решения практических задач;

овладение современными методами аналитической геометрии и линейной алгебры.

Базовой учебной дисциплиной для учебной дисциплины «Аналитическая геометрия и линейная алгебра» является «Математика» уровня общего среднего образования*.* В свою очередь учебная дисциплина «Аналитическая геометрия и линейная алгебра» является базой для такой учебной дисциплины, как «Основы высшей алгебры».

ТРЕБОВАНИЯ К УРОВНЮ ОСВОЕНИЯ

СОДЕРЖАНИЯ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

В результате изучения учебной дисциплины «Аналитическая геометрия и линейная алгебра» формируются следующие компетенции:

*универсальная:* обладать навыками творческого аналитического мышления:

*базовая профессиональная:* решать системы алгебраических уравнений, исследовать уравнения кривых и поверхностей аналитическими методами, применять методы матричного исчисления.

В результате изучения учебной дисциплины студент должен:

*знать:*

основные понятия и принципы аналитической геометрии и линейной алгебры;

основные принципы внутренней логики, связывающей аналитическую геометрию и линейную алгебру;

*уметь:*

применять базовые научно-теоретические знания для решения теоретических и практических задач;

строить математические модели практических задач на основе методов аналитической геометрии и линейной алгебры;

применять основные математические модели и методы в научных исследованиях в области профессиональной деятельности;

*иметь навык:*

системного и сравнительного анализа;

применения приемов сведения практических задач к изученному математическому аппарату.

Примерная учебная программа рассчитана на 108 учебных часов, из них – 62 аудиторных. Примерное распределение аудиторных часов по видам занятий: лекции – 34 часа, практические занятия – 28 часов.

**ПРИМЕРНЫЙ ТЕМАТИЧЕСКИЙ ПЛАН**

| Наименование раздела, темы | Всего аудиторных часов | Лекции | Практические занятия |
| --- | --- | --- | --- |
| **Раздел 1. Векторно-матричное исчисление** | **18** | **10** | **8** |
| Тема 1. Определители. Правило Крамера | 4 | 2 | 2 |
| Тема 2. Векторы и операции над ними | 6 | 4 | 2 |
| Тема 3. Матрицы | 4 | 2 | 2 |
| Тема 4. Ранг матрицы. Системы линейных уравнений | 4 | 2 | 2 |
| **Раздел 2. Аналитическая геометрия на плоскости и в пространстве** | **14** | **8** | **6** |
| Тема 5. Прямая на плоскости. Кривые второго порядка на плоскости | 6 | 4 | 2 |
| Тема 6. Прямая и плоскость в пространстве | 4 | 2 | 2 |
| Тема 7. Поверхности второго порядка в пространстве | 4 | 2 | 2 |
| **Раздел 3. Линейные векторные пространства** | **8** | **4** | **4** |
| Тема 8. Линейные векторные пространства | 4 | 2 | 2 |
| Тема 9. Линейные евклидовы пространства | 4 | 2 | 2 |
| **Раздел 4. Линейные операторы и квадратичные формы** | **22** | **12** | **10** |
| Тема 10. Линейные операторы и их матрицы | 4 | 2 | 2 |
| Тема 11. Линейные операторы в евклидовых пространствах | 4 | 2 | 2 |
| Тема 12. Собственные значения и собственные векторы линейных операторов | 4 | 2 | 2 |
| Тема 13. Переход к новому базису | 4 | 2 | 2 |
| Тема 14. Диагональный вид матрицы линейного оператора | 2 | 2 | - |
| Тема 15. Квадратичные формы | 4 | 2 | 2 |
| **Итого:** | **62** | **34** | **28** |

**СОДЕРЖАНИЕ УЧЕБНОГО МАТЕРИАЛА**

Раздел 1. ВЕКТОРНО-МАТРИЧНОЕ ИСЧИСЛЕНИЕ.

Тема 1. ОПРЕДЕЛИТЕЛИ. ПРАВИЛО КРАМЕРА.

Определители и их свойства. Вычисление определителей. Правило Крамера для системы n линейных уравнений.

Тема 2. ВЕКТОРЫ И ОПЕРАЦИИ НАД НИМИ

Векторы. Линейные операции над векторами. Линейная зависимость и независимость векторов. Базис. Декартова система координат. Скалярное произведение векторов. Векторное и смешанное произведение векторов и их свойства.

Тема 3. МАТРИЦЫ

Матрицы и действия над ними. Обратная матрица, системы линейных уравнений в матричной форме.

Тема 4. РАНГ МАТРИЦЫ. СИСТЕМЫ ЛИНЕЙНЫХ УРАВНЕНИЙ

Ранг матрицы. Элементарные преобразования и вычисление ранга. Теорема о ранге матрицы. Метод окаймляющих миноров. Понятие n-мерного векторного пространства. Исследование систем линейных уравнений на совместность. Критерий совместности. Решение систем линейных уравнений.

Раздел 2. АНАЛИТИЧЕСКАЯ ГЕОМЕТРИЯ НА ПЛОСКОСТИ И В ПРОСТРАНСТВЕ

Тема 5. ПРЯМАЯ НА ПЛОСКОСТИ. КРИВЫЕ ВТОРОГО ПОРЯДКА НА ПЛОСКОСТИ

Прямая на плоскости. Различные типы уравнений прямой на плоскости. Кривые второго порядка на плоскости. Канонические уравнения окружности, эллипса, гиперболы, параболы.

Тема 6. ПРЯМАЯ И ПЛОСКОСТЬ В ПРОСТРАНСТВЕ

Прямая и плоскость в пространстве. Различные типы уравнений прямой и плоскости в пространстве. Взаимное расположение прямых, плоскостей, прямой и плоскости в пространстве.

Тема 7. ПОВЕРХНОСТИ ВТОРОГО ПОРЯДКА В ПРОСТРАНСТВЕ

Поверхности второго порядка (цилиндрические, конические, поверхности вращения, эллипсоид, гиперболоиды, параболоиды). Канонические уравнения поверхностей второго порядка. Метод сечений. Линейчатость поверхностей второго порядка.

Раздел 3. ЛИНЕЙНЫЕ ВЕКТОРНЫЕ ПРОСТРАНСТВА

Тема 8. ЛИНЕЙНЫЕ ВЕКТОРНЫЕ ПРОСТРАНСТВА

Определение линейного векторного пространства. Примеры линейных векторных пространств. Линейная независимость векторов. Базис, размерность пространства, подпространство. Линейная оболочка. Операции над подпространствами.

Тема 9. ЛИНЕЙНЫЕ ЕВКЛИДОВЫ ПРОСТРАНСТВА

Определение линейного евклидова пространства. Примеры евклидовых пространств. Неравенство Коши-Буняковского. Норма вектора. Ортогональный и ортонормированный базис. Аффинное пространство.

Раздел 4.ЛИНЕЙНЫЕ ОПЕРАТОРЫ И КВАДРАТИЧНЫЕ ФОРМЫ

Тема 10. ЛИНЕЙНЫЕ ОПЕРАТОРЫ И ИХ МАТРИЦЫ

Определение линейного оператора и его матрицы. Примеры линейных операторов. Действия над линейными операторами. Обратный оператор.

Тема 11. ЛИНЕЙНЫЕ ОПЕРАТОРЫ В ЕВКЛИДОВЫХ ПРОСТРАНСТВАХ

Линейные операторы в евклидовых пространствах. Сопряженные операторы и их матрицы. Самосопряженные операторы. Ортогональные операторы.

Тема 12. СОБСТВЕННЫЕ ЗНАЧЕНИЯ И СОБСТВЕННЫЕ ВЕКТОРЫ ЛИНЕЙНЫХ ОПЕРАТОРОВ

Собственные значения и собственные векторы линейного оператора. Характеристическое уравнение. Собственные значения и векторы самосопряженных операторов.

Тема 13. ПЕРЕХОД К НОВОМУ БАЗИСУ

Переход к новому базису линейного векторного пространства. Матрица перехода. Преобразование матрицы линейного оператора при замене базиса.

Тема 14. ДИАГОНАЛЬНЫЙ ВИД МАТРИЦЫ ЛИНЕЙНОГО ОПЕРАТОРА

Приведение матрицы линейного оператора к диагональному виду. Диагональный вид матрицы самосопряженного оператора.

Тема 15. КВАДРАТИЧНЫЕ ФОРМЫ

Квадратичные формы и их матрицы. Приведение квадратичной формы к каноническому виду. Знакоопределенные квадратичные формы. Критерий Сильвестра. Приведение уравнений кривых и поверхностей второго порядка к каноническому виду с помощью квадратичных форм.

**ИНФОРМАЦИОННО-МЕТОДИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ**

ЛИТЕРАТУРА

Основная

1. Аналитическая геометрия и линейная алгебра. Введение в анализ и дифференциальное исчисление функции одной переменной : пособие / В. В. Цегельник [и др.]. – Минск : БГУИР, 2017. – 198 с.
2. Беклемишев, Д. В. Курс аналитической геометрии и линейной алгебры: учебник для физико-математических и инженерно-физических специальностей вузов / Д. В. Беклемишев. – 19-е изд., стер. – Москва : Лань, 2022. – 448 с.
3. Бугров, Я. С. Высшая математика: в 3 т. Т. 2: Элементы линейной алгебры и аналитической геометрии : учебник для вузов / Я. С. Бугров, С. М. Никольский. – 7-е изд., стер. – Москва: Юрайт, 2024. – 281 с.
4. Бутузов, В. Ф. Линейная алгебра в вопросах и задачах : учебное пособие / В. Ф. Бутузов, Н. Ч. Крутицкая, А. А. Шишкин. – 2-е изд., испр. – Москва : Физматлит, 2002. – 248 с.
5. Ильин, В. А. Линейная алгебра : учебник для вузов / В. А. Ильин, Э. Г. Позняк. – 6- е изд.; стер. – Москва : Физматлит, 2014. – 280 с.
6. Элементы линейной алгебры и аналитической геометрии : учебное пособие для студентов инж.-техн. спец. вузов / Р. Ф. Апатенок [и др.]; под ред. В. Т. Воднева. – 3-е изд., перераб. и доп. – Екатеринбург : Юланд, 2016. – 272 с.

Дополнительная

1. Алгебра и аналитическая геометрия : учебник для математич. спец. вузов : в 2 ч. Ч. 2 / М. В. Милованов [и др.]. – Минск : Амалфея, 2001. – 352 с.
2. Гантмахер, Ф. Р. Теория матриц / Ф. Р. Гантмахер. – 5-е изд., доп. – Москва : Физматлит, 2004. – 559 с.
3. Гельфанд, И. М. Лекции по линейной алгебре / И. М. Гельфанд. – 6-е изд., испр. – Москва : Добросвет, 2006. – 320 с.
4. Гусак, А. А. Справочник по высшей математике / А. А. Гусак, Г. М. Гусак, Е. А. Бричикова. – 9-е изд. – Минск : ТетраСистемс, 2009. – 640 с.
5. Данко, П. Е. Высшая математика в упражнениях и задачах : учебное пособие для вузов : в 2 ч. Ч. 1 / П. Е. Данко, А. Г. Попов, Т. Я. Кожевникова. – 6-е изд. – Москва : Оникс 21 век ; Мир и Образование, 2003. – 304 с.
6. Ильин, В. А. Линейная алгебра и аналитическая геометрия / В. А. Ильин, Г. Д. Ким. – Москва : МГУ, 2002. – 319 с.
7. Кострикин, А. И. Введение в алгебру : в 3 ч. Ч. 1: Основы алгебры / А. И. Кострикин. – 3-е изд. – Москва : Физматлит, 2018. – 272 с.
8. Кострикин, А. И. Введение в алгебру : в 3 ч. Ч. 2: Линейная алгебра / А. И. Кострикин. – 3-е изд. – Москва : Физматлит, 2004. – 368 с.
9. Милованов, М. В. Алгебра и аналитическая геометрия : учебник для математич. спец. вузов : в 2 ч. Ч. 1 / М. В. Милованов, Р. И. Тышкевич, А. С. Феденко. – Минск : Амалфея, 2001. – 400 с.
10. Высшая математика для инженеров : учеб. пособие для вузов : в 2 т. Т. 1 / С. А. Минюк [и др.] ; под общ. ред. Н. А. Микулика. – Минск : Элайда, 2004. – 455с.
11. Проскуряков, И. В. Сборник задач по линейной алгебре / И. В. Проскуряков. – 13-е изд., стер. – Санкт-Петербург : Лань, 2010. – 480 с.
12. Индивидуальные задания по высшей математике. Линейная и векторная алгебра. Аналитическая геометрия. Дифференциальное исчисление функций одной переменной : учебное пособия для студентов технических специальностей: в 3 ч. Ч. 1 / А. П. Рябушко [и др.] ; под общ. ред. А. П. Рябушко. – Минск : Вышэйшая школа, 2007. – 304 с.
13. Умнов, А. Е. Аналитическая геометрия и линейная алгебра : учеб. пособие / А. Е. Умнов. – 4-е изд., испр. и доп. – Москва : МФТИ, 2023. – 544 с.

МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ ПО ОРГАНИЗАЦИИ И

ВЫПОЛНЕНИЮ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ ОБУЩАЮЩИХСЯ

При изучении учебной дисциплины рекомендуется использовать следующие формы самостоятельной работы:

выполнение домашних заданий и подготовка к практическим занятиям;

изучение теоретического материала в процессе подготовки к лекциям;

подготовка к проверочным работам;

выполнение контрольных работ;

получение консультаций преподавателя по изучаемым вопросам;

самостоятельная работа на базе электронного образовательного ресурса по учебной дисциплине над определенными преподавателем разделами учебной дисциплины;

подготовка к экзамену.

ПЕРЕЧЕНЬ РЕКОМЕНДУЕМЫХ СРЕДСТВ ДИАГНОСТИКИ

КОМПЕТЕНЦИЙ СТУДЕНТА

Примерным учебным планом по специальности 6-05-0612-02 «Информатика и технологии программирования» в качестве формы промежуточной аттестации по учебной дисциплине «Аналитическая геометрия и линейная алгебра»рекомендуется экзамен. Оценка учебных достижений студента производится по десятибалльной шкале.

Для текущего контроля по учебной дисциплине и диагностики компетенций студента могут использоваться следующие формы:

собеседования;

контрольные опросы;

тестирование;

отчеты по аудиторным практическим занятиям с их устной защитой.

РЕКОМЕНДУЕМЫЕ МЕТОДЫ (ТЕХНОЛОГИИ) ОБУЧЕНИЯ

Основные рекомендуемые методы (технологии) обучения, отвечающие целям и задачам учебной дисциплины:

элементы проблемного обучения (проблемное изложение, частично-поисковый метод), реализуемые на лекционных и практических занятиях;

элементы контролируемого обучения (контрольные опросы, контрольные работы), реализуемые на практических занятиях, а также в ходе самостоятельной работы студентов.

Примерный перечень ТЕМ практических занятий

1. Определители и их свойства. Правило Крамера.
2. Векторы и операции над ними.
3. Матрицы и действия над ними.
4. Ранг матрицы. Метод Гаусса решения систем линейных алгебраических уравнений.
5. Прямая на плоскости. Кривые второго порядка на плоскости.
6. Прямая и плоскость в пространстве.
7. Поверхности второго порядка в пространстве.
8. Линейные векторные пространства.
9. Евклидовы пространства.
10. Линейные операторы.
11. Линейные операторы в евклидовых пространствах.
12. Собственные значения и собственные векторы линейного оператора.
13. Переход к новому базису. Диагональный вид матрицы линейного оператора.
14. Квадратичные формы и их приложения.