**МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ РЕСПУБЛИКИ БЕЛАРУСЬ**

Учебно-методическое объединение по образованию

в области информатики и радиоэлектроники

**УТВЕРЖДЕНО**

Первым заместителем Министра образования

Республики Беларусь

И.А.Старовойтовой

**01.08.2022**

Регистрационный № **ТД-I.1583/тип.**

**ТЕОРИЯ ВЕРОЯТНОСТЕЙ И МАТЕМАТИЧЕСКАЯ СТАТИСТИКА**

**Типовая учебная программа по учебной дисциплине для**

**направлений образования:**

**28 Электронная экономика, 39 Радиоэлектронная техника,**

**40 Информатика и вычислительная техника, 41 Компоненты оборудования;**

**групп специальностей: 36 04 Радиоэлектроника, 45 01 Инфокоммуникационные технологии и системы связи;**

**специальностей:**

**1-53 01 02 Автоматизированные системы обработки информации,**

**1-53 01 07 Информационные технологии и управление в технических системах,**

**1-58 01 01 Инженерно-психологическое обеспечение информационных**

**технологий,**

**1-98 01 02 Защита информации в телекоммуникациях**

|  |  |
| --- | --- |
|  | **СОГЛАСОВАНО** Начальник Главного управления профессионального образования Министерства образования Республики Беларусь\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_С.А.Касперович\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ |
| **СОГЛАСОВАНО**Председатель Учебно-методического объединения по образованию в области информатики и радиоэлектроники\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_В.А.Богуш\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ | **СОГЛАСОВАНО**Проректор по научно-методической работе Государственного учреждения образования «Республиканский институт высшей школы»\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ И.В.Титович\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ |
|  | Эксперт-нормоконтролер\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ |

Минск 2022

**Составители:**

А.В.Аксенчик, профессор кафедры вычислительных методов и программирования учреждения образования «Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники», доктор физико-математических наук, профессор;

А.И.Волковец, доцент кафедры вычислительных методов и программирования учреждения образования «Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники», кандидат технических наук, доцент;

А.Б.Гуринович, доцент кафедры вычислительных методов и программирования учреждения образования «Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники», кандидат физико-математических наук, доцент;

Н.В.Лапицкая, заведующий кафедрой программного обеспечения информационных технологий учреждения образования «Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники», кандидат технических наук, доцент

Рецензенты:

Кафедра теории вероятностей и математической статистики Белорусского государственного университета (протокол № 11 от 22.02.2022);

А.М.Белоцерковский, заведующий отделом Интеллектуальных информационных систем Государственного научного учреждения «Объединенный институт проблем информатики Национальной академии наук Беларуси», кандидат технических наук

**РЕКОМЕНДОВАНА К УТВЕРЖДЕНИЮ В КАЧЕСТВЕ ТИПОВОЙ:**

Кафедрой вычислительных методов и программирования учреждения образования «Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники» (протокол № 13 от 21.02.2022);

# Кафедрой программного обеспечения информационных технологий учреждения образования «Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники» (протокол № 13 от 17.03.2022);

Научно-методическим советом учреждения образования «Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники» (протокол № 7 от 15.04.2022);

Научно-методическим советом по системам и сетям инфокоммуникаций Учебно-методического объединения по образованию в области информатики и радиоэлектроники (протокол № 2 от 11.03.2022);

Научно-методическим советом по информационной безопасности Учебно-методического объединения по образованию в области информатики и радиоэлектроники (протокол № 13 от 21.03.2022);

Научно-методическим советом по прикладным информационным системам и технологиям Учебно-методического объединения по образованию в области информатики и радиоэлектроники (протокол № 9 от 28.03.2022);

Научно-методическим советом по радиосистемам и радиотехнологиям Учебно-методического объединения по образованию в области информатики и радиоэлектроники (протокол № 7 от 28.03.2022);

Научно-методическим советом по микро- и наноэлектронной технике, наноматериалам и нанотехнологиям Учебно-методического объединения по образованию в области информатики и радиоэлектроники (протокол № 7 от 28.03.2022);

Научно-методическим советом по электронным системам и технологиям Учебно-методического объединения по образованию в области информатики и радиоэлектроники (протокол № 10 от 04.04.2022);

Научно-методическим советом по разработке программного обеспечения и информационно-коммуникационным технологиям Учебно-методического объединения по образованию в области информатики и радиоэлектроники (протокол № 8 от 04.04.2022)

Ответственный за редакцию: С.С. Шишпаронок

**ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА**

ХАРАКТЕРИСТИКА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

Типовая учебная программа по учебной дисциплине «Теория вероятностей и математическаястатистика» разработана для студентов учреждений высшего образования в соответствии с требованиями образовательных стандартов высшего образования I ступени и типовых учебных планов направлений образования: 28 Электронная экономика, 39 Радиоэлектронная техника, 40 Информатика и вычислительная техника (кроме специальности 1-40 04 01 Информатика и технологии программирования), 41 Компоненты оборудования; групп специальностей: 36 04 Радиоэлектроника, 45 01 Инфокоммуникационные технологии и системы связи; специальностей: 1-53 01 02 Автоматизированные системы обработки информации, 1-53 01 07 Информационные технологии и управление в технических системах, 1-58 01 01 Инженерно-психологическое обеспечение информационных технологий, 1-98 01 02 Защита информации в телекоммуникациях.

Подготовка современного специалиста требует уверенного владения возможностями, предоставляемыми основными методами формализованного описания и анализа случайных явлений, обработки и анализа результатов физических и численных экспериментов, что невозможно без изучения основных положений теории вероятностей и математической статистики.

Воспитательное значение учебной дисциплины «Теория вероятностей и математическая статистика» заключается в формировании у студентов математической культуры и научного мировоззрения; развитии исследовательских умений, аналитических способностей, креативности, необходимых для решения научных и практических задач; развитии познавательных способностей и активности: творческой инициативы, самостоятельности, ответственности и организованности; формировании способностей к саморазвитию, самосовершенствованию и самореализации.

Изучение данной учебной дисциплины способствует созданию условий для формирования интеллектуально развитой личности студента, которой присущи стремление к профессиональному совершенствованию, активному участию в экономической и социально-культурной жизни страны, гражданская ответственность и патриотизм.

ЦЕЛЬ, ЗАДАЧИ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

Цели учебной дисциплины: освоение основ теории вероятностей, необходимых для решения прикладных задач, а также приобретение навыков самостоятельного изучения литературы по данной учебной дисциплине и ее приложениям; развитие логического и алгоритмического мышления.

Задачи учебной дисциплины:

приобретение знаний, необходимых для составления и анализа математических моделей несложных задач прикладного характера, связанных со случайными явлениями;

освоение навыков вычисления вероятностей простых и сложных событий, а также применения методов оценки неизвестных параметров на основе экспериментальных данных;

изучение принципов аппроксимации статистических связей между величинами или факторами;

овладение методами проверки гипотез и правилам принятия решений.

Базовыми учебными дисциплинами по курсу «Теория вероятностей и математическая статистика» являются «Информатика» (в объеме уровня общего среднего образования), «Математический анализ», «Линейная алгебра и аналитическая геометрия».

В свою очередь, теоретические знания и практические навыки, полученные в результате изучения учебной дисциплины «Теория вероятностей и математическая статистика», могут применяться при курсовом и дипломном проектировании. А также являются базой для успешного освоения значительной части специальных учебных дисциплин специальностей инженерного профиля, связанных с необходимостью применения вероятностного подхода и генерированием новых технических решений.

ТРЕБОВАНИЯ К УРОВНЮ ОСВОЕНИЯ

СОДЕРЖАНИЯ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

В результате изучения учебной дисциплины «Теория вероятностей и математическаястатистика» формируются следующие компетенции:

*универсальная:*

обладать навыками творческого аналитического мышления;

*базовая профессиональная:*

применять инструментарий теории вероятностей и математической статистики для формирования вероятностного подхода в инженерной деятельности.

В результате изучения учебной дисциплины студент должен:

*знать:*

основные положения, формулы и теоремы теории вероятностей для случайных событий, одномерных и многомерных случайных величин;

основные методы статистической обработки и анализа случайных опытных данных;

*уметь:*

строить математические модели для типичных случайных явлений;

использовать вероятностные методы в решении важных для инженерных приложений задач;

использовать вероятностные и статистические методы в расчетах надежности радиотехнических систем и сетей;

*владеть:*

современными программными средствами статистической обработки данных;

навыками анализа исходных и выходных данных решаемых задач и формами их представления;

навыками использования прикладных методов теории вероятностей и математической статистики.

Типовая учебная программа рассчитана на 108 учебных часов, из них – 50 аудиторных. Примерное распределение аудиторных часов по видам занятий: лекции – 26 часов, практические занятия – 24 часа.

**ПРИМЕРНЫЙ ТЕМАТИЧЕСКИЙ ПЛАН**

| Наименование раздела, темы | Всего аудиторных часов | Лекции | Практические занятия |
| --- | --- | --- | --- |
| Тема 1. Введение. Случайные события. Вероятность события. Основные аксиомы и теоремы | 4 | 2 | 2 |
| Тема 2. Формулы полной вероятности и Байеса. Теоремы в схеме испытаний Бернулли | 4 | 2 | 2 |
| Тема 3. Случайные величины. Закон распределения вероятностей | 4 | 2 | 2 |
| Тема 4. Числовые характеристики скалярных случайных величин | 4 | 2 | 2 |
| Тема 5. Основные законы распределения случайных величин | 4 | 2 | 2 |
| Тема. 6. Функции одного случайного аргумента | 4 | 2 | 2 |
| Тема 7. Двумерные случайные величины. Числовые характеристики двумерных случайных величин | 4 | 2 | 2 |
| Тема 8. Многомерные случайные величины. Числовые характеристики функции многих переменных | 4 | 2 | 2 |
| Тема 9. Предельные теоремы | 4 | 2 | 2 |
| Тема 10. Основные понятия математической статистики. Оценка закона распределения | 2 | 2 | - |
| Тема 11. Точечные и интервальные оценки | 4 | 2 | 2 |
| Тема 12. Теория статистической проверки гипотез | 4 | 2 | 2 |
| Тема 13. Статистический анализ двумерных случайных величин. Регрессионный анализ | 4 | 2 | 2 |
| **Итого:** | **50** | **26** | **24** |

**СОДЕРЖАНИЕ УЧЕБНОГО МАТЕРИАЛА**

### Тема 1. ВВЕДЕНИЕ. СЛУЧАЙНЫЕ СОБЫТИЯ. ВЕРОЯТНОСТЬ СОБЫТИЯ. ОСНОВНЫЕ АКСИОМЫ И ТЕОРЕМЫ

Введение. Основные понятия теории вероятностей. Случайные события: их классификация, операции над событиями. Аксиомы теории вероятностей. Классическое определение вероятности. Основные комбинаторные формулы.

Геометрическое определение вероятности. Теоремы сложения вероятностей. Зависимые и независимые случайные события. Теоремы умножения вероятностей.

### Тема 2. ФОРМУЛЫ ПОЛНОЙ ВЕРОЯТНОСТИ И БАЙЕСА. ТЕОРЕМЫ В СХЕМЕ ИСПЫТАНИЙ БЕРНУЛЛИ

Формула полной вероятности. Формула Байеса. Теорема о повторении опытов. Теорема Пуассона. Теоремы Муавра-Лапласа.

### Тема 3. СЛУЧАЙНЫЕ ВЕЛИЧИНЫ. ЗАКОН РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ВЕРОЯТНОСТЕЙ

Определение и классификация случайных величин. Функция распределения случайной величины. Ряд распределения вероятностей. Плотность распределения случайной величины.

### Тема 4. ЧИСЛОВЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ СКАЛЯРНЫХ СЛУЧАЙНЫХ ВЕЛИЧИН

Математическое ожидание, дисперсия, среднее квадратическое отклонение и их свойства. Начальные и центральные моменты. Мода, медиана, квантиль.

### Тема 5. ОСНОВНЫЕ ЗАКОНЫ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ СЛУЧАЙНЫХ ВЕЛИЧИН

Биномиальный, пуассоновский, геометрический, экспоненциальный, равномерный, нормальный законы распределения.

### Тема 6. ФУНКЦИИ ОДНОГО СЛУЧАЙНОГО АРГУМЕНТА

Закон распределения монотонных и немонотонных функций случайного аргумента. Числовые характеристики функций случайного аргумента. Характеристическая функция.

### Тема 7. ДВУМЕРНЫЕ СЛУЧАЙНЫЕ ВЕЛИЧИНЫ. ЧИСЛОВЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ ДВУМЕРНЫХ СЛУЧАЙНЫХ ВЕЛИЧИН

Двумерные случайные величины. Функция распределения, матрица вероятностей и плотность распределения двумерных случайных величин. Условные законы распределения. Зависимые и независимые случайные величины. Начальные и центральные моменты. Корреляционный момент, коэффициент корреляции и их свойства. Условные числовые характеристики, регрессия.

### Тема 8. МНОГОМЕРНЫЕ СЛУЧАЙНЫЕ ВЕЛИЧИНЫ. ЧИСЛОВЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ ФУНКЦИИ МНОГИХ ПЕРЕМЕННЫХ

Нормальный закон распределения на плоскости. Закон распределения функции двух случайных величин. Многомерные случайные величины. Закон распределения и числовые характеристики.

Теоремы о математическом ожидании и дисперсии суммы и о произведения случайных величин.

### Тема 9. ПРЕДЕЛЬНЫЕ ТЕОРЕМЫ

Закон больших чисел. Неравенство и теорема Чебышева. ТеоремаБернулли. Центральная предельная теорема.

### Тема 10. ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ СТАТИСТИКИ. ОЦЕНКА ЗАКОНА РАСПРЕДЕЛЕНИЯ

Основные понятия математической статистики. Генеральная и выборочная совокупности. Вариационный ряд. Эмпирическая функция распределения. Интервальный статистический ряд. Гистограмма.

### Тема 11. ТОЧЕЧНЫЕ И ИНТЕРВАЛЬНЫЕ ОЦЕНКИ

Точечные оценки числовых характеристик случайных величин. Метод моментов и метод наибольшего правдоподобия оценки параметров распределения. Доверительные интервалы для вероятности, математического ожидания и дисперсии.

### Тема 12. ТЕОРИЯ СТАТИСТИЧЕСКОЙ ПРОВЕРКИ ГИПОТЕЗ

Статистическая проверка гипотез. Ошибки, допускаемые при проверке гипотез. Критерии согласия Пирсона и Колмогорова.

### Тема 13. СТАТИСТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ ДВУМЕРНЫХ СЛУЧАЙНЫХ ВЕЛИЧИН. РЕГРЕССИОННЫЙ АНАЛИЗ

Точечные и интервальные оценки числовых характеристик двумерных случайных величин. Статистические критерии двумерных случайных величин. Проверка гипотезы об отсутствии корреляционной зависимости.

Оценка регрессионных характеристик. Метод наименьших квадратов.

# **ИНФОРМАЦИОННО-МЕТОДИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ**

# ЛИТЕРАТУРА

ОСНОВНАЯ

* + - 1. Вентцель, Е. С. Теория вероятностей и её инженерные приложения / Е. С. Вентцель, Л. А. Овчаров. – Москва : Наука, 1988. – 480 с.
			2. Вентцель, Е. С. Теория вероятностей и математическая статистика : учебник / Е. С. Вентцель. – 5-е изд., стер. – Москва : Высшая школа, 1999. – 576 с.

3. Гмурман, В. Е. Теория вероятностей и математическая статистика : учебное пособие для втузов / В. Е. Гмурман. – 5-е изд., перераб. и доп. – Москва : Высшая школа, 1977. – 479 с.

4. Жевняк, Р. М. Теория вероятностей и математическая статистика : учебное пособие для студентов инженерно-экономических специальностей / Р. М. Жевняк, А. А. Карпук, В. Т. Унукович. – Минск : Харвест, 2000. – 384 с.

1. Вентцель, Е. С. Теория вероятностей и её инженерные приложения : учебное пособие / Е. С. Вентцель, Л. А. Овчаров. – 3-е изд., перераб. и доп. – Москва : Академия, 2003. – 464 с.
2. Вентцель, Е. С. Теория вероятностей : учебник / Е. С. Вентцель. – 5-е изд., стер. – Москва : Высшая школа, 1998. – 576 с.
3. Ковалев, Е. А. Теория вероятностей и математическая статистика для экономистов : учебник и практикум для прикладного бакалавриата / Е. А. Ковалев, Г. А. Медведев ; под общ. ред. Г. А. Медведева. – Москва : Юрайт, 2016. – 284 с.
4. Харин, Ю. С. Теория вероятностей, математическая и прикладная статистика : учебник / Ю. С. Харин, Н. М. Зуев, Е. Е. Жук. – Минск : БГУ, 2011. – 464 с.
5. Харин, Ю. С. Математические и компьютерные основы статистического анализа данных и моделирования : учебник / Ю. С. Харин, В. И. Малюгин, М. С. Абрамович. – Минск : БГУ, 2008. – 455 с.

ДОПОЛНИТЕЛЬНАЯ

1. Жевняк, Р. М. Высшая математика : операционное исчисление. Теория вероятностей. Математическая статистика. Случайные процессы : учебник [доп. МО РБ] / Р. М. Жевняк, А. А. Карпук. – Минск : Обозрение, 1997. – 445 с.
2. Герасимович, А. И. Математическая статистика : учебное пособие для инженерно-технич. и экономич. спец. втузов / А. И. Герасимович. – 2-изд., перераб. и доп. – Минск : Вышэйшая школа, 1983. – 279 с.
3. Bertsekas, D. Introduction to Probability, lecture notes, Course 6.041-6.431 / Dimitri P. Bertsekas, John N. Tsitsiklis. – M.I.T, 2000. – 284 p.
4. A Course on Elementary Probability Theory [Электронный ресурс] / [Gane Samb Lo](https://arxiv.org/search/math?searchtype=author&query=Lo%2C+G+S), [Aladji Babacar Niang](https://arxiv.org/search/math?searchtype=author&query=Niang%2C+A+B), Lois Chinewendu Okereke. – Saint-Louis, Calgary, Alberta, 2016. – 209 p. – Режим доступа: http://dx.doi.org/10.16929/sbs/2016. 0003. – Дата доступа: 28.03.2022
5. Grinstead, С. Introduction to Probability / С. Grinstead. – Swarthmore : Swarthmore College, 2009. – 520 p.
6. Феллер, В. Введение в теорию вероятностей и её приложения : в 2 т. / В. Феллер ; пер. с англ. Ю. В. Прохорова. – Москва : Мир, 1984. – Т. 1. – 527 с.
7. Феллер, В. Введение в теорию вероятностей и её приложения : в 2 т. / В. Феллер ; пер. с англ. Ю. В. Прохорова. – Москва : Мир, 1984. – Т. 2. – 751 с.

МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ ПО ОРГАНИЗАЦИИ И

ВЫПОЛНЕНИЮ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ СТУДЕНТОВ

При изучении учебной дисциплины рекомендуется использовать следующие формы самостоятельной работы:

изучение учебной и методической литературы;

подготовка домашних заданий;

подготовка сообщений на практических занятиях;

подготовка контрольных работ по индивидуальным заданиям, охватывающим все разделы учебной дисциплины.

ПЕРЕЧЕНЬ РЕКОМЕНДУЕМЫХ СРЕДСТВ ДИАГНОСТИКИ

КОМПЕТЕНЦИЙ СТУДЕНТОВ

Типовыми учебными планами по специальностям в качестве формы текущей аттестации по учебной дисциплине «Теория вероятностей и математическая статистика» рекомендуется экзамен.

Оценка учебных достижений студентов производится по десятибалльной шкале.

Для промежуточного контроля по учебной дисциплине и диагностики компетенций студентов используются следующие формы:

отчеты по аудиторным практическим упражнениям с их устной защитой;

отчеты по домашним практическим упражнениям с их устной защитой;

отчеты по контрольной работе с их устной защитой;

контрольные работы;

устный опрос;

электронные тесты;

доклады на конференциях;

оценивание на основе модульно-рейтинговой системы.

РЕКОМЕНДУЕМЫЕ МЕТОДЫ (ТЕХНОЛОГИИ) ОБУЧЕНИЯ

Основные методы (технологии) обучения, отвечающие целям и задачам учебной дисциплины:

проблемное обучения (проблемное изложение, вариативное изложение, частично-поисковый метод), реализуемое на лекционных занятиях;

учебно-исследовательская деятельность, творческий подход, реализуемые на практических занятиях и в рамках самостоятельной работы студентов.

ПРИМЕРНЫЙ ПЕРЕЧЕНЬ ПРАКТИЧЕСКИХ ЗАНЯТИЙ

1. Случайные события. Вероятность события;
2. Теоремы сложения и умножения вероятностей;
3. Формула полной вероятности. Формула Байеса;
4. Повторения независимых опытов;
5. Случайная величина. Формы закона распределения;
6. Числовые характеристики случайных величин;
7. Типовые законы распределения;
8. Функции одного случайного аргумента;
9. Двумерные случайные величины;
10. Числовые характеристики двумерных случайных величин;
11. Числовые характеристики функций случайных величин;
12. Оценка закона распределения;
13. Точечные оценки числовых характеристик и параметров;
14. Проверка статистических гипотез о законе распределения;
15. Интервальные оценки числовых характеристик;
16. Оценка коэффициентов корреляции и линейной регрессии.

Примерный перечень компьютерных программ

(*необходимого оборудования, наглядных пособий и др.)*

1. Microsoft Office;
2. Statistica;
3. [SPSS](http://ru.wikipedia.org/wiki/SPSS);
4. [Stata](http://ru.wikipedia.org/wiki/en%3AStata);
5. [MATLAB](http://ru.wikipedia.org/wiki/MATLAB);
6. R.