**МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ РЕСПУБЛИКИ БЕЛАРУСЬ**

Учебно-методическое объединение по педагогическому образованию

**УТВЕРЖДЕНО**

Первым заместителем Министра

образования Республики Беларусь

И.А. Старовойтовой

**11.05.2022**

Регистрационный № **ТД-А.692/тип.**

**АЛГЕБРАИЧЕСКИЕ СТРУКТУРЫ И ТЕОРИЯ ЧИСЕЛ**

**Типовая учебная программа по учебной дисциплине**

**для специальности**

1-02 05 01 Математика и информатика

|  |  |
| --- | --- |
| СОГЛАСОВАНО  Председатель учебно-методического  объединения по педагогическому  образованию  \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_А.И.Жук  \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_  СОГЛАСОВАНО  Начальник Главного управления  общего среднего, дошкольного  и специального образования  Министерства образования  Республики Беларусь  \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_М.С.Киндиренко  \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ | СОГЛАСОВАНО  Начальник Главного управления  профессионального образования  Министерства образования  Республики Беларусь  \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_С.А.Касперович  \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_  СОГЛАСОВАНО  Проректор по научно-методической работе Государственного учреждения  образования «Республиканский  институт высшей школы»  \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_И.В.Титович  \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_  Эксперт-нормоконтролер  \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_  \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ |

Минск 2022

**СОСТАВИТЕЛИ:**

С.И.Василец, проректор по учебной работе учреждения образования «Белорусский государственный педагогический университет имени Максима Танка», кандидат физико-математических наук, доцент;

А.А.Черняк, профессор кафедры математики и методики преподавания математики физико-математического факультета учреждения образования «Белорусский государственный педагогический университет имени Максима Танка», доктор физико-математических наук, доцент

**РЕЦЕНЗЕНТЫ:**

Кафедра высшей математики и математической физики Белорусского государственного университета (протокол № 2 от 10.09.2021);

Т.В.Гостевич, заведующий кафедрой методики преподавания математики учреждения образования «Могилевский государственный университет имени А.А.Кулешова», кандидат педагогических наук, доцент

**РЕКОМЕНДОВАНА К УТВЕРЖДЕНИЮ В КАЧЕСТВЕ ТИПОВОЙ:**

Кафедрой математики и методики преподавания математики физико-математического факультета учреждения образования «Белорусский государственный педагогический университет имени Максима Танка» (протокол № 2 от 28.09.2021);

Научно-методическим советом учреждения образования «Белорусский государственный педагогический университет имени Максима Танка» (протокол № 2 от 19.10.2021);

Научно-методическим советом по физико-математическому образованию и технологии учебно-методического объединения по педагогическому образованию (протокол № 3 от 29.10.2021)

Ответственный за редакцию: А.А. Черняк

Ответственный за выпуск: А.А. Черняк

**ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА**

Типовая учебная программа по учебной дисциплине «Алгебраические структуры и теория чисел» разработана для учреждений высшего образования Республики Беларусь в соответствии с требованиями образовательного стандарта высшего образования первой ступени по специальности 1-02 05 01 «Математика и информатика».

«Алгебраические структуры и теория чисел» является одной из ведущих специальных дисциплин в профессиональной подготовке преподавателя математики и информатики. Свойства основных алгебраических структур – группы, кольца, поля – позволяют рассматривать операции над различными математическими объектами с достаточно общих позиций алгебраических структур, в которых эти операции определяются. Поэтому данная дисциплина призвана развить способности студента увязывать абстрактные идеи и методы с конкретными задачами школьной алгебры и рассматривать вопросы школьной программы с достаточно общих позиций, а также овладеть аксиоматическим методом как эффективным средством математических доказательств.

**Цель** учебной дисциплины – обеспечить будущего учителя математики и информатики аппаратом теории групп и теории чисел для изучения школьной алгебры на профильным уровне, проведения факультативных занятий и подготовки школьников к математическим олимпиадам.

**Задачи** дисциплины:

сформировать теоретическую базу и инструментарий для изучения многочленов над конечными полями, играющих ключевую роль при изучении последующих дисциплин модуля «Алгебра и теория чисел»;

научить доказывать теоремы теории чисел на основе классических результатов теории групп;

сформировать алгебраические умения и навыки, необходимые для успешного изучения информатики и современных проблем защиты и безопасности информации.

Дисциплина «Алгебраические структуры и теория чисел» составляет основу дисциплинам «Теория множеств и логика высказываний», «Алгебра многочленов и расширения полей», «Алгебраические методы в криптографии». Она существенно дополняет основополагающими понятиями высшей алгебры дисциплину «Дискретная математика», а также другие дисциплины учебного плана модуля «Информатика».

В результате изучения учебной дисциплины студент должен

**знать:**

определения и свойства групп и полей;

теоремы теории чисел;

**уметь:**

решать сравнения и системы линейных сравнений;

находить канонические разложения целых чисел и выводить признаки делимости;

**владеть:**

навыками изложения доказательств теоретико-групповых утверждений;

навыками решения типовых задач целочисленной арифметики.

Освоение учебной дисциплины «Алгебраические структуры и теория чисел» должно обеспечить формирование **базовой профессиональной компетенции**: применять в работе с обучающимися положения теории чисел и методы линейной алгебры для решения алгебраических уравнений и их систем.

В рамках образовательного процесса по учебной дисциплине «Алгебраические структуры и теория чисел» студент должен приобрести не только теоретические и практические знания, умения и навыки по специальности, но и развить свой ценностно-личностный, духовный потенциал, сформировать качества патриота и гражданина, готового к активному участию в экономической, производственной, социально-культурной и общественной жизни страны.

На изучение учебной дисциплины «Алгебраические структуры и теория чисел» отводится 110 часов, из них аудиторных – 50 часов. Примерное распределение часов: лекции – 22 часа, практические занятия – 28 часов.

Рекомендуемая форма текущего контроля – зачет.

**ПРИМЕРНЫЙ ТЕМАТИЧЕСКИЙ ПЛАН**

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| № п/п | Название разделов, тем | Всего аудиторных часов | Распределение по видам занятий | |
| Лекции | Практические занятия |
| 1 | **Введение в алгебру** | **10** | **4** | **6** |
| 1.1 | Отображения и отношения | 4 | 2 | 2 |
| 1.2 | Комплексные числа и операции над ними | 6 | 2 | 4 |
| 2 | **Алгебраические структуры** | **16** | **10** | **6** |
| 2.1 | Группы и их изоморфизм | 4 | 2 | 2 |
| 2.2 | Подгруппы, свойства циклических групп. Нормальные подгруппы и фактор-группы | 6 | 4 | 2 |
| 2.3 | Кольца, поля и их изоморфизм. Характеристика поля | 6 | 4 | 2 |
| 3 | **Теория чисел** | **24** | **8** | **16** |
| 3.1 | Делимость в кольце целых чисел. Основная теорема арифметики | 6 | 2 | 4 |
| 3.2 | Группа, кольцо и поле целых чисел по модулю *n*. Дроби в g-ичной системе счисления, признаки делимости | 8 | 2 | 6 |
| 3.3 | Китайская теорема об остатках. Линейные и нелинейные уравнения в мультипликативной группе по модулю *n* (сравнения по модулю) | 10 | 4 | 6 |
|  | **Всего:** | **50** | **22** | **28** |

**СОДЕРЖАНИЕ УЧЕБНОГО МАТЕРИАЛА**

**РАЗДЕЛ 1. ВВЕДЕНИЕ В АЛГЕБРУ**

**1.1. Отображения и отношения**

Отображения и отношения. Бинарные операции. Метод математической индукции.

**1.2. Комплексные числа и операции над ними**

Алгебраическая, тригонометрическая и показательная формы комплексных чисел. Операции над комплексными числами. Корни n-й степени. Квадратные уравнения с действительными коэффициентами.

**РАЗДЕЛ 2. АЛГЕБРАИЧЕСКИЕ СТРУКТУРЫ**

**2.1. Группы и их изоморфизм**

Определение полугруппы и группы. Аддитивные и мультипликативные группы. Примеры групп и их изофорфизм. Симметрическая группа подстановок.

**2.2. Подгруппы, свойства циклических групп. Нормальные подгруппы и фактор-группы**

Определение подгруппы. Свойства циклических групп. Порядки подгрупп конечных групп. Знакопеременная подгруппа подстановок. Нормальные подгруппы и фактор-группы.

**2.3. Кольца, поля и их изоморфизм. Характеристика поля**

Определение кольца, поля, подполя. Примеры полей (колец) и их изоморфизм. Характеристика поля. Минимальные поля.

**РАЗДЕЛ 3. ТЕОРИЯ ЧИСЕЛ**

**3.1. Делимость в кольце целых чисел. Основная теорема арифметики**

Делимость в кольце целых чисел: деление с остатком, НОД и НОК, алгоритм Евклида нахождения НОД, алгоритм Эратосфена нахождения простых чисел. Каноническое разложение и основная теорема арифметики.

**3.2. Группа, кольцо и поле целых чисел по модулю *n*. Дроби в g-ичной системе счисления, признаки делимости**

Группа, кольцо и поле целых чисел по модулю. Функция Эйлера и ее мультипликативность. Теоремы Эйлера, Ферма, Вильсона и их следствия. Дроби в g-ичной системе счисления и вывод признаков делимости. Периодические g-ичные дроби.

**3.3. Китайская теорема об остатках. Линейные и нелинейные уравнения в мультипликативной группе по модулю *n* (сравнения по модулю)**

Китайская теорема об остатках. Алгоритм нахождения обратных элементов в мультипликативной группе по модулю *n*. Линейные уравнения в мультипликативной группе по модулю *n.* Нелинейные уравнения в мультипликативной группе по простому модулю.

**ИНФОРМАЦИОННО-МЕТОДИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ**

**Основная литература**

1. Бухштаб, А.А. Теория чисел / А.А. Бухштаб. – М.: Лань, 2020. – 384 с. Репозиторий БГПУ. – Режим доступа: <http://elib.bspu.by/handle/doc/51545>.

2. Курош, А.Г. Курс высшей алгебры / А.Г. Курош. – М.: Лань, 2021. – 432 с. Репозиторий БГПУ. – Режим доступа: <http://elib.bspu.by/handle/doc/51544>.

3. Милованов, М.В. Алгебра и аналитическая геометрия : учеб. для студентов матем. спец. вузов / М.В. Милованов, М.М. Толкачев, Р.И. Тышкевич, А.С. Феденко. – Минск : Амалфея, 2001. – Ч. 1. – 401 с.

4. Фаддеев, Д.К. Лекции по алгебре / Д.К. Фаддеев – М.: Лань, 2007.– 416 c. Режим доступа: <http://elib.bspu.by/handle/doc/51546>

5. Фаддеев, Д.К. Задачи по высшей алгебре. / Д.К. Фаддеев, И.С. Соминский. – М.: Лань, 2008. – 288 c. Режим доступа: <http://elib.bspu.by/handle/doc/51547>

**Дополнительная литература**

1. Баркович, О.А. Алгебра: задания для практических занятий и самостоятельной работы: часть 1. Введение в алгебру / О.А. Баркович. – Минск: БГПУ, 2005. – 134 с.

2. Виноградов, И.М. Основы теории чисел / И.М. Виноградов. – М.: Лань, 2020. – 176 с.

3. Окунев, Л.Я. Высшая алгебра / Л.Я. Окунев – М.: Лань, 2014.– 336 c.

4. Окунев, Л.Я. Сборник задач по высшей алгебре / Л.Я. Окунев. – М.: Лань, 2009.– 192 c.

5. Черняк, А.А. Алгебра в задачах и решениях. Часть 2: Алгебраические структуры, целочисленная арифметика, многочлены / А.А. Черняк. – Минск: БГПУ, 2008.– 110 с.

**РЕКОМЕНДУЕМЫЕ ФОРМЫ И МЕТОДЫ ОБУЧЕНИЯ**

Основными **методами обучения**, отвечающими целям учебной дисциплины, являются методы проблемного обучения (проблемное изложение, частично-поисковый и исследовательский методы), интерактивные методы, которые способствуют поддержанию оптимального уровня активности. В процессе реализации учебной программы особое внимание рекомендуется уделять организации учебно-исследовательской работы студентов. Данную работу следует органично включать в образовательный процесс в сочетании со всеми видами учебных занятий.

Для освоения данной учебной дисциплины предусмотрены следующие **формы обучения**: лекции, практические занятия, самостоятельное изучение материала. На лекциях излагается теоретический материал учебной дисциплины. Практические занятия должны быть направлены на приобретение студентами навыков использования полученных теоретических знаний при решении конкретных математических задач. Методика их организации и проведения должна способствовать развитию креативных способностей каждого студента и приобретению ими навыков самостоятельной работы.

**ПЕРЕЧЕНЬ РЕКОМЕНДУЕМЫХ СРЕДСТВ ДИАГНОСТИКИ**

Рекомендуется проведение одного коллоквиума по разделу «Алгебраические структуры» данной программы для подготовки к зачету.

С целью промежуточного контроля предусматривается проведение одной проверочной работы по каждому из разделов«Алгебраические структуры» и «Теория чисел».

Для контроля и самоконтроля знаний и умений студентов по отдельным темам или разделам представляется целесообразным использование тестовых заданий.

**МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ ПО ОРГАНИЗАЦИИ И ВЫПОЛНЕНИЮ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ СТУДЕНТОВ**

Каждая тема программы по дисциплине «Алгебраические структуры и теория чисел» позволяет организовать самостоятельную работу студентов по следующим направлениям: изучение и конспектирование материала, вынесенного для самостоятельного изучения; подготовка к различным формам текущей и промежуточной аттестации; выполнение творческих заданий (проектов, эссе); анализ информации в печатных изданиях и сети Интернет.