**МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ РЕСПУБЛИКИ БЕЛАРУСЬ**

Учебно-методическое объединение по образованию

в области информатики и радиоэлектроники

**УТВЕРЖДЕНО**

Первым заместителем Министра образования

Республики Беларусь

А.Г.Бахановичем

**15.08.2025**

Регистрационный **№ 6-05-06-089/пр.**

**ТЕОРИЯ ВЕРОЯТНОСТЕЙ И МАТЕМАТИЧЕСКАЯ СТАТИСТИКА**

**Примерная учебная программа по учебной дисциплине**

**для группы специальностей:**

**0611 Прикладные информационные и коммуникационные технологии**

**6-05-0612-01 Программная инженерия,**

**6-05-0612-03 Системы управления информацией,**

**6-05-0713-02 Электронные системы и технологии,**

**6-05-0713-03 Радиосистемы и радиотехнологии,**

**6-05-0713-06 Электронное машиностроение,**

**6-05-0717-01 Нанотехнологии и наноматериалы,**

**7-07-0713-01 Информационные и управляющие системы физических установок,**

**7-07-0713-02 Микро- и наноэлектроника**

|  |  |
| --- | --- |
| **СОГЛАСОВАНО**  Председатель Учебно-методического объединения по образованию в области информатики и радиоэлектроники  \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_В.А. Богуш  \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ | **СОГЛАСОВАНО**  Начальник Главного управления профессионального образования Министерства образования  Республики Беларусь  \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_С.Н. Пищов  \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ |
|  | **СОГЛАСОВАНО**  Проректор по научно-методической работе Государственного учреждения образования «Республиканский  институт высшей школы»  \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ И.В. Титович  \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ |
|  | Эксперт-нормоконтролер  \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ |

Минск 2025

**Составители:**

Н.В.Лапицкая, заведующий кафедрой программного обеспечения информационных технологий учреждения образования «Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники», кандидат технических наук, доцент;

В.А.Рыбак, проректор учреждения образования «Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники», кандидат технических наук, доцент;

Г.А.Хацкевич, профессор кафедры экономической информатики учреждения образования «Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники», кандидат экономических наук, профессор;

Т.М.Кривоносова, старший преподаватель кафедры вычислительных методов и программирования учреждения образования «Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники»;

И.Ю.Мацкевич, старший преподаватель кафедры физико-математических дисциплин Института информационных технологий учреждения образования «Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники»

Рецензенты:

Кафедра теории вероятностей и математической статистики Белорусского государственного университета (протокол № 19 от 03.06.2024);

А.М.Белоцерковский, заведующий отделом Интеллектуальных информационных систем Государственного научного учреждения «Объединенный институт проблем информатики Национальной академии наук Беларуси», кандидат технических наук

**РЕКОМЕНДОВАНА К УТВЕРЖДЕНИЮ В КАЧЕСТВЕ ПРИМЕРНОЙ:**

Кафедрой вычислительных методов и программирования учреждения образования «Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники» (протокол № 2 от 16.09.2024);

# Кафедрой программного обеспечения информационных технологий учреждения образования «Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники» (протокол № 1 от 02.09.2024);

Научно-методическим советом учреждения образования «Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники»   
(протокол № \_\_\_ от \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_);

Научно-методическим советом по прикладным информационным системам и технологиям Учебно-методического объединения по образованию в области информатики и радиоэлектроники (протокол № 1 от 03.09.2024);

Научно-методическим советом по информационной безопасности Учебно-методического объединения по образованию в области информатики и радиоэлектроники (протокол № 2 от 16.09.2024);

Научно-методическим советом по разработке программного обеспечения и информационно-коммуникационным технологиям Учебно-методического объединения по образованию в области информатики и радиоэлектроники (протокол № 1 от 16.09.2024);

Научно-методическим советом по системам и сетям инфокоммуникаций Учебно-методического объединения по образованию в области информатики и радиоэлектроники (протокол № 4 от 10.06.2024);

Научно-методическим советом по электронным системам и технологиям Учебно-методического объединения по образованию в области информатики и радиоэлектроники (протокол № 1 от 17.09.2024);

Научно-методическим советом по радиосистемам и радиотехнологиям Учебно-методического объединения по образованию в области информатики и радиоэлектроники (протокол № 1 от 16.09.2024);

Научно-методическим советом по микро- и наноэлектронной технике, наноматериалам и нанотехнологиям Учебно-методического объединения по образованию в области информатики и радиоэлектроники   
(протокол № 1 от 16.09.2024);

Ответственный за редакцию: С.С.Шишпаронок

**ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА**

ХАРАКТЕРИСТИКА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

Примерная учебная программа по учебной дисциплине «Теория вероятностей и математическаястатистика» разработана для студентов учреждений высшего образования в соответствии с требованиями образовательных стандартов общего и специального высшего образования и примерных учебных планов специальностей:

6-05-0611-01 «Информационные системы и технологии»,

6-05-0611-02 «Информационная безопасность»,

6-05-0611-03 «Искусственный интеллект»,

6-05-0611-04 «Электронная экономика»,

6-05-0611-05 «Компьютерная инженерия»,

6-05-0611-06 «Системы и сети инфокоммуникаций»,

6-05-0611-07 «Цифровой маркетинг»,

6-05-0611-08 «Киберфизические системы»,

6-05-0612-01 «Программная инженерия»,

6-05-0612-03 «Системы управления информацией»,

6-05-0713-02 «Электронные системы и технологии»,

6-05-0713-03 «Радиосистемы и радиотехнологии»,

6-05-0713-06 «Электронное машиностроение»,

6-05-0717-01 «Нанотехнологии и наноматериалы»,

7-07-0713-01 «Информационные и управляющие системы физических установок»,

7-07-0713-02 «Микро- и наноэлектроника».

Подготовка современного специалиста требует уверенного владения существующим подходами к принятию решений в условиях неопределенности, включающим методы обработки, формализованного описания и анализа случайных явлений, обработки и анализа результатов физических и численных экспериментов, что невозможно без изучения основных положений теории вероятностей и математической статистики.

Воспитательное значение учебной дисциплины «Теория вероятностей и математическая статистика» заключается в формировании у студентов математической культуры и научного мировоззрения; развитии исследовательских умений, аналитических способностей, креативности, необходимых для решения научных и практических задач; развитии познавательных способностей и активности: творческой инициативы, самостоятельности, ответственности и организованности; формировании способностей к саморазвитию, самосовершенствованию и самореализации.

Изучение данной учебной дисциплины способствует созданию условий для формирования интеллектуально развитой личности студента, которой присущи стремление к профессиональному совершенствованию, активному участию в экономической и социально-культурной жизни страны, гражданская ответственность и патриотизм.

ЦЕЛИ, ЗАДАЧИ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

Цели учебной дисциплины:

освоение основ теории вероятностей, необходимых для решения прикладных задач принятия решений в условиях неопределенности;

приобретение навыков работы с информационными ресурсами, содержащими наборы данных, освоение методов их первичной обработки и анализа;

освоение понятийного аппарата, позволяющего самостоятельно работать с литературой по данной учебной дисциплине и ее приложениям;

развитие логического и алгоритмического мышления.

Задачи учебной дисциплины:

приобретение знаний, необходимых для составления и анализа математических моделей несложных задач прикладного характера, связанных со случайными явлениями;

освоение навыков вычисления вероятностей простых и сложных событий, а также применения методов оценки неизвестных параметров на основе экспериментальных данных;

изучение принципов аппроксимации статистических связей между величинами или факторами;

овладение методами проверки гипотез и правилам принятия решений.

Базовыми учебными дисциплинами по курсу «Теория вероятностей и математическая статистика» являются «Информатика» (в объеме уровня общего среднего образования), «Математический анализ», «Линейная алгебра и аналитическая геометрия», а также «Дискретная математика» для специальностей 6-05-0611-01, 6-05-0611-04, 6-05-0611-05, 6-05-0611-07,   
6-05-0611-08, 6-05-0612-01, 6-05-0612-03, 7-07-1713-01.

В свою очередь, теоретические знания и практические навыки, полученные в результате изучения учебной дисциплины «Теория вероятностей и математическая статистика», являются базой для успешного освоения значительной части специальных учебных дисциплин специальностей инженерного профиля, основанных на применении вероятностного подхода, статистических методов анализа данных и проверки гипотез. Вместе с тем приобретенные знания применяются при курсовом и дипломном проектировании в ходе анализа данных.

ТРЕБОВАНИЯ К УРОВНЮ ОСВОЕНИЯ

СОДЕРЖАНИЯ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

В результате изучения учебной дисциплины «Теория вероятностей и математическаястатистика» формируются следующие компетенции:

*универсальная:* обладать навыками творческого аналитического мышления;

*базовая профессиональная:* применять инструментарий теории вероятностей и математической статистики для формирования вероятностного подхода в инженерной деятельности.

В результате изучения учебной дисциплины обучающийся должен:

*знать:*

понятийный аппарат теории вероятностей, интуитивный и аксиоматический подход к понятию вероятности, инструментальные методы работы со случайными событиями;

основные методы статистического анализа случайных данных;

*уметь:*

строить математические модели для типичных случайных явлений;

использовать вероятностные методы в решении важных для инженерных приложений задач;

использовать вероятностные и статистические методы в расчетах надежности радиотехнических систем и сетей;

*иметь навык:*

работы с современными программными средствами статистической обработки данных;

анализа исходных и выходных данных решаемых задач и формами их представления;

использования прикладных методов теории вероятностей и математической статистики.

Примерная учебная программа рассчитана на 108 учебных часов, из них – 50 аудиторных. Примерное распределение аудиторных часов по видам занятий: лекции – 26 часов, практические занятия – 24 часа.

**ПРИМЕРНЫЙ ТЕМАТИЧЕСКИЙ ПЛАН**

| Наименование темы | Всего аудиторных часов | Лекции | Практические занятия |
| --- | --- | --- | --- |
| Тема 1. Основные понятия теории вероятностей | 10 | 4 | 4 |
| Тема 2. Одномерные и многогомерные случайные величины | 6 | 4 | 4 |
| Тема 3. Типовые распределения случайных величин: условия возникновения и основные характеристики | 8 | 4 | 4 |
| Тема 4. Предельные теоремы | 4 | 2 | 2 |
| Тема 5. Случайные процессы | 4 | 2 | 2 |
| Тема 6. Выборочный метод | 6 | 4 | 2 |
| Тема 7. Статистические оценки: методы и характеристики качества | 4 | 2 | 2 |
| Тема 8. Проверка статистических гипотез | 4 | 2 | 2 |
| Тема 9. Статистический анализ временных рядов | 4 | 2 | 2 |
| **Итого:** | **50** | **26** | **24** |

**СОДЕРЖАНИЕ УЧЕБНОГО МАТЕРИАЛА**

Тема 1. ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ ТЕОРИИ ВЕРОЯТНОСТЕЙ

Случайный эксперимент. Случайные события и соотношения между ними. Понятие вероятности. Простейшие вероятностные модели. Вероятностное пространство. Свойства вероятности. Аксиомы теории вероятностей. Условная вероятность. Формулы полной вероятности и Байеса. Независимость событий. Схема испытаний Бернулли и ее предельные теоремы.

Тема 2. ОДНОМЕРНЫЕ И МНОГОМЕРНЫЕ СЛУЧАЙНЫЕ ВЕЛИЧИНЫ

Одномерные случайные величины: типы и способы их задания. Функция распределения вероятностей и ее свойства. Математическое ожидание и его свойства. Моменты. Дисперсия и ее свойства. Характеристическая и производящая функции. Функция одного и нескольких случайных аргументов. Многомерные случайные величины. Условные распределения. Смешанные моменты, ковариация и коэффициент корреляции. Числовые характеристики многомерных случайных величин. Независимость случайных величин. Функциональные преобразования случайных величин. Формула обращения, теорема единственности.

Тема 3. ТИПОВЫЕ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ СЛУЧАЙНЫХ ВЕЛИЧИН: УСЛОВИЯ ВОЗНИКНОВЕНИЯ И ОСНОВНЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ

Дискретные случайные величины. Дискретное равномерное распределение как аналог классической вероятностной схемы. Индикатор случайного события, схема независимых испытаний Бернулли, распределение Бернулли как частный случай биномиального распределения. Биномиальное распределение и его предельные случаи. Геометрическое и гипергеометрическое распределение.

Непрерывные случайные величины. Плотность распределения и ее свойства. Равномерное распределение. Показательное распределение. Нормальное распределение и его применение, распределения, полученные на основе нормального.

Тема 4. ПРЕДЕЛЬНЫЕ ТЕОРЕМЫ

Неравенство Чебышева и правило трех сигма. Неравенство Маркова. Понятие последовательности случайных величин и ее сходимости. Теорема Чебышева. Закон больших чисел. Теорема Бернулли. Теорема Ляпунова. Центральная предельная теорема и ее следствия.

Тема 5. СЛУЧАЙНЫЕ ПРОЦЕССЫ

Основные понятия случайных процессов: переход от случайной величины к случайному процессу. Подходы к классификации случайных процессов. Стационарные случайные процессы. Пуассоновский процесс. Марковские процессы. Функция переходных вероятностей. Цепи Маркова с дискретным временем.

Тема 6. ВЫБОРОЧНЫЙ МЕТОД

Понятие о выборочном методе. Способы образования выборочной совокупности. Общая схема выборочного эксперимента. Эмпирические распределения. Числовые характеристики выборки. Ошибки выборки.

Тема 7. СТАТИСТИЧЕСКИЕ ОЦЕНКИ: МЕТОДЫ И ХАРАКТЕРИСТИКИ КАЧЕСТВА

Понятие статистической оценки. Свойства оценок. Методы построения точечных оценок. Интервальная оценка, доверительный интервал.

Тема 8. ПРОВЕРКА СТАТИСТИЧЕСКИХ ГИПОТЕЗ

Основные понятия теории статистических гипотез. Мощность критерия, уровень значимости. Критерии согласия. Проверка гипотезы о виде распределения. Проверка гипотезы о значении параметра.

Тема 9. СТАТИСТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ ВРЕМЕННЫХ РЯДОВ

Временной ряд и его основные компоненты. Показатели динамики временного ряда. Подходы к моделированию временных рядов.

# **ИНФОРМАЦИОННО-МЕТОДИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ**

ОСНОВНАЯ

1. Белько, И. В. Теория вероятностей и математическая статистика. Практикум : учебное пособие для студентов учреждений высшего образования по специальности «Менеджмент» / И. В. Белько, Е. А. Криштапович, И. М. Морозова. – Минск : РИВШ, 2022. – 200 с.
2. Маталыцкий, М. А. Теория вероятностей и математическая статистика : учебник / М. А. Маталыцкий, Г. А. Хацкевич. – Минск : Вышэйшая школа, 2017. – 591 с.
3. Ковалев, Е. А. Теория вероятностей и математическая статистика для экономистов : учебник и практикум для прикладного бакалавриата / Е. А. Ковалев, Г. А. Медведев ; под общ. ред. Г. А. Медведева. – Москва : Юрайт, 2016. – 284 с.
4. Харин, Ю. С. Теория вероятностей, математическая и прикладная статистика: учебник / Ю. С. Харин, Н. М. Зуев, Е. Е. Жук. – Минск : БГУ, 2011. – 464 с.

ДОПОЛНИТЕЛЬНАЯ

1. Харин, Ю. С. Математические и компьютерные основы статистического анализа данных и моделирования : учебник / Ю. С. Харин, В. И. Малюгин, М. С. Абрамович. – Минск : БГУ, 2008. – 455 с.
2. Жевняк, Р. М. Теория вероятностей и математическая статистика : учебное пособие для студентов инженерно-экономических специальностей / Р. М. Жевняк, А. А. Карпук, В. Т. Унукович. – Минск : Харвест, 2000. – 384 с.
3. Walpole, R.E. Probability and Statistics for Engineers and Scientists / R. E. Walpole, R. H. Myers, Sh. L. Myers, K. E. Ye. – 9th Edition. – Pearson, 2011. – 816 p.
4. Bertsekas, D. Introduction to Probability, lecture notes, Course 6.041-6.431 / D. P. Bertsekas, J. N. Tsitsiklis. – M.I.T, 2000. – 284 p.

МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ ПО ОРГАНИЗАЦИИ И

ВЫПОЛНЕНИЮ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ ОБУЧАЮЩИХСЯ

При изучении учебной дисциплины рекомендуется использовать следующие формы самостоятельной работы:

изучение учебной и методической литературы;

подготовка домашних заданий;

подготовка сообщений на практических занятиях;

подготовка контрольных работ по индивидуальным заданиям, охватывающим все разделы учебной дисциплины.

ПЕРЕЧЕНЬ РЕКОМЕНДУЕМЫХ СРЕДСТВ ДИАГНОСТИКИ

КОМПЕТЕНЦИЙ ОБУЧАЮЩИХСЯ

Примерными учебными планами по специальностям в качестве формы промежуточной аттестации по учебной дисциплине «Теория вероятностей и математическая статистика» рекомендуется экзамен. Оценка учебных достижений обучающихся производится по десятибалльной шкале.

Для текущего контроля по учебной дисциплине и диагностики компетенций обучающихся могут использоваться следующие формы:

отчеты по аудиторным практическим упражнениям с их устной защитой;

отчеты по домашним практическим упражнениям с их устной защитой;

отчеты по контрольной работе с их устной защитой;

контрольные работы;

устный опрос;

электронные тесты;

доклады на конференциях.

РЕКОМЕНДУЕМЫЕ МЕТОДЫ (ТЕХНОЛОГИИ) ОБУЧЕНИЯ

Основные методы (технологии) обучения, отвечающие целям и задачам учебной дисциплины:

проблемное обучения (проблемное изложение, вариативное изложение, частично-поисковый метод), реализуемое на лекционных занятиях;

учебно-исследовательская деятельность, творческий подход, реализуемые на практических занятиях и в рамках самостоятельной работы обучающихся.

ПРИМЕРНЫЙ ПЕРЕЧЕНЬ ПРАКТИЧЕСКИХ ЗАНЯТИЙ

1. Случайные события. Вероятность события.
2. Повторение независимых опытов. Теоремы сложения и умножения вероятностей.
3. Формула полной вероятности. Формула Байеса.
4. Случайная величина: способы задания.
5. Дискретные случайные величины.
6. Непрерывные случайные величины.
7. Локальная и интегральная теорема Муавра-Лапласа.
8. Марковский процесс. Матрица переходов.
9. Оценка закона распределения;
10. Точечные оценки числовых характеристик и параметров: метод моментов, метод максимального правдоподобия. Построение доверительного интервала.
11. Проверка статистических гипотез о параметре и о законе распределения;
12. Сглаживание временных рядов и анализ динамики.

Примерный перечень компьютерных программ

(*необходимого оборудования, наглядных пособий и др.)*

1. Пакет офисных приложений Microsoft Office.
2. Система компьютерной алгебры Wolfram Mathematica.
3. Программные пакеты для статистического анализа (Statistica, [SPSS](http://ru.wikipedia.org/wiki/SPSS), [MATLAB](http://ru.wikipedia.org/wiki/MATLAB), т.п.).
4. Языки программирования (С, С++, Pyton, R).