**МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ РЕСПУБЛИКИ БЕЛАРУСЬ**

Учебно-методическое объединение по образованию

в области информатики и радиоэлектроники

**УТВЕРЖДЕНО**

Первым заместителем Министра

образования Республики Беларусь

А.Г. Бахановичем

**27.11.2024**

Регистрационный **№ 6-05-06-078/пр.**

**ДИСКРЕТНАЯ МАТЕМАТИКА**

**Примерная учебная программа по учебной дисциплине
для группы специальностей**

**0612 Производство программного и информационного обеспечения;**

**специальностей:**

**6-05-0611-01 Информационные системы и технологии,**

**6-05-0611-04 Электронная экономика,**

**6-05-0611-05 Компьютерная инженерия,**

**6-05-0611-07 Цифровой маркетинг,**

**6-05-0611-08 Киберфизические системы,**

**7-07-0713-01 Информационные и управляющие системы физических установок**

|  |  |
| --- | --- |
| **СОГЛАСОВАНО**Председатель Учебно-методического объединения по образованию в области информатики и радиоэлектроники\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_В.А. Богуш\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ | **СОГЛАСОВАНО** Начальник Главного управления профессионального образования Министерства образования Республики Беларусь\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_С.Н. Пищов\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ |
|  | **СОГЛАСОВАНО**Проректор по научно-методической работе Государственного учреждения образования «Республиканский институт высшей школы»\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_И.В. Титович\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ |
|  | Эксперт-нормоконтролер\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ |

Минск 2024

**Составители:**

Л.Д.Черемисинова, профессор кафедры инженерной психологии и эргономики учреждения образования «Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники», доктор технических наук, профессор;

М.С.Ильясова, ассистент кафедры инженерной психологии и эргономики учреждения образования «Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники»

Ю.В.Поттосин, доцент кафедры электронных вычислительных машин учреждения образования «Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники», кандидат физико-математических наук, доцент;

Ю.О.Герман, доцент кафедры электронных вычислительных машин учреждения образования «Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники», кандидат технических наук, доцент;

Н.Г.Егорова, доцент кафедры информатики учреждения образования «Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники», кандидат технических наук, доцент

**Рецензенты:**

Кафедра веб-технологий и компьютерного моделирования Белорусского государственного университета (протокол № 13 от 26.04.2024);

Д.В.Васильев, заведующий отделом теории чисел и дискретной математики государственного научного учреждения «Институт математики Национальной академии наук Беларуси», кандидат физико-математических наук;

А.А.Кунцевич, директор общества с ограниченной ответственностью «Синезис-Стратус»

**РЕКОМЕНДОВАНА К УТВЕРЖДЕНИЮ В КАЧЕСТВЕ ПРИМЕРНОЙ:**

Кафедрой вычислительных методов и программирования учреждения образования «Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники» (протокол № 4 от 16.10.2023);

Кафедрой инженерной психологии и эргономики учреждения образования «Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники» (протокол № 4 от 16.10.2023);

Кафедрой информатики учреждения образования «Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники»
(протокол № 3 от 20.10.2023);

Кафедрой программного обеспечения информационных технологий учреждения образования «Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники» (протокол № 5 от 23.10.2023);

Кафедрой информационных технологий автоматизированных систем учреждения образования «Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники» (протокол № 15 от 08.04.2024);

Кафедрой экономической информатики учреждения образования «Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники»
(протокол № 12 от 08.04.2024);

Кафедрой электронных вычислительных машин учреждения образования «Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники» (протокол № 5 от 09.10.2023);

Научно-методическим советом учреждения образования «Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники»
(протокол № 10 от 17.06.2024);

Научно-методическим советом по прикладным информационным системам и технологиям Учебно-методического объединения по образованию в области информатики и радиоэлектроники (протокол № 11 от 26.04.2024);

Научно-методическим советом по разработке программного обеспечения и информационно-коммуникационным технологиям Учебно-методического объединения по образованию в области информатики и радиоэлектроники (протокол № 11 от 10.06.2024);

Научно-методическим советом по электронным системам и технологиям Учебно-методического объединения по образованию в области информатики и радиоэлектроники (протокол № 10 от 14.06.2024)

Ответственный за редакцию: С.С. Шишпаронок

**Пояснительная записка**

ХАРАКТЕРИСТИКА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

Примерная учебная программа по учебной дисциплине «Дискретная математика» разработана в соответствии с требованиями образовательных стандартов общего и специального высшего образования и примерных учебных планов для студентов учреждений высшего образования, обучающихся по специальностям:

6-05-0611-01 «Информационные системы и технологии»,

6-05-0611-04 «Электронная экономика»,

6-05-0611-05 «Компьютерная инженерия»,

6-05-0611-07 «Цифровой маркетинг»,

6-05-0611-08 «Киберфизические системы»,

6-05-0612-01 «Программная инженерия»,

6-05-0612-02 «Информатика и технологии программирования»,

6-05-0612-03 «Системы управления информацией»,

7-07-0713-01 «Информационные и управляющие системы физических установок».

Учебная дисциплина «Дискретная математика» является математической основой современных информационных технологий, рассматривается как язык и математические средства построения и анализа моделей в области проектирования автоматизированных систем управления, обработки информации и конструирования средств вычислительной техники и электронных устройств. Знания и навыки, полученные при изучении курса дискретной математики, являются общепрофессиональными, формируют базовый уровень знаний инженера для освоения других специальных учебных дисциплин. Освоение курса дискретной математики способствует формированию у студентов навыков дискретного математического мышления, умения применять его в конкретных задачах проектирования обработки информации. Большое значение в рамках изучения данной учебной дисциплины уделяется математической логике, булевой алгебре, теории множеств, отношений и графов, в терминах которых формулируется большинство задач, связанных с дискретными объектами.

Воспитательное значение учебной дисциплины «Дискретная математика» заключается в формировании у обучающихся математической культуры и научного мировоззрения; развитии исследовательских умений, аналитических способностей, креативности, необходимых для решения научных и практических задач; развитии познавательных способностей и активности: творческой инициативы, самостоятельности, ответственности и организованности; формировании способностей к саморазвитию, самосовершенствованию и самореализации.

Изучение данной учебной дисциплины способствует созданию условий для формирования интеллектуально развитой личности обучающегося, которой присущи стремление к профессиональному совершенствованию, активному участию в экономической и социально-культурной жизни страны, гражданская ответственность и патриотизм.

ЦЕЛЬ, ЗАДАЧИ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

Цель учебной дисциплины: освоение основных понятий и методов комбинаторики, теории булевых функций, множеств, отношений, графов, сложности; овладение математическим аппаратом дискретной математики для решения задач дискретной структуры из предметной области инженера, а также терминологической базой, необходимой для самостоятельного изучения специальной математической литературы; приобретение практических навыков формализации и решения прикладных задач с помощью методов дискретной математики; развитие логического мышления.

Задачи учебной дисциплины:

приобретение знаний об универсальных средствах (языках) формализованного представления информации;

освоение навыков корректной переработки информации, представленной на этих языках;

изучение принципов композиции и декомпозиции информационных комплексов и информационных процессов;

овладение методами перехода с одного языка описания явления на другой с сохранением содержательной ценности моделей и учетом возможностей и условий перехода.

Базовыми учебными дисциплинами «Дискретная математика» являются «Линейная алгебра и аналитическая геометрия» и «Математический анализ»*.* В свою очередь изучение учебной дисциплины «Дискретная математика» является необходимым условием для успешного освоения специальных математических дисциплин по вышеуказанным специальностям.

ТРЕБОВАНИЯ К УРОВНЮ ОСВОЕНИЯ

СОДЕРЖАНИЯ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

В результате изучения учебной дисциплины «Дискретная математика» формируются следующие компетенции:

*универсальная:* обладать навыками творческого аналитического мышления;

*базовые профессиональные:*

формализовать и решать прикладные задачи в сфере инфокоммуникационных технологий с помощью методов дискретной математики;

*для специальности 6-05-0612-02 «Информатика и технологии программирования»:* формализовать и решать прикладные задачи в сфере инфокоммуникационных технологий с помощью методов дискретной математики и кибернетики;

*для специальностей 6-05-0612-01 «Программная инженерия», 7-07-0713-01 «Информационные и управляющие системы физических установок» также*: использовать фундаментальные положения информатики, математической логики и теории алгоритмов для эффективной разработки программного обеспечения.

В результате изучения учебной дисциплины студент должен:

*знать:*

логические операции;

основные методы теории множеств и комбинаторики;

булевы функции;

элементы теории формальных грамматик и языков;

основные понятия и результаты теории графов;

основы теории алгоритмов, понятие о классах сложности P и NP;

элементы теории кодирования;

*уметь:*

переводить предложения на формальный язык логики высказываний; решать базовые комбинаторные задачи;

исследовать на полноту системы булевых функций;

исследовать на изоморфизм простейшие графы, определять связность, двудольность и планарность графов;

определять разделимость кода, строить оптимальный код;

*иметь навык:*

анализа композиции и декомпозиции информационных комплексов и процессов;

применения формального языка логики высказываний;

алфавитного и равномерного кодирования;

решения проблем однозначности декодирования;

применения методов определения сложности алгоритма и вычислений.

Примерная учебная программа рассчитана на 108 учебных часов, из них – 50 аудиторных. Примерное распределение аудиторных часов по видам занятий: лекции – 26 часов, практические занятия – 24 часа.

**ПРИМЕРНЫЙ ТЕМАТИЧЕСКИЙ ПЛАН**

*(кроме специальности
6-05-0612-02 «Информатика и технологии программирования»)*

| Наименование раздела, темы | Всего аудиторных часов | Лекции | Практические занятия |
| --- | --- | --- | --- |
| **Раздел 1. Множества. Отношения. Комбинаторный анализ. Логика** | **24/20** | **12/10** | **12/10** |
| Тема 1. Основы теории конечных множеств | 4/4 | 2/2 | 2/2 |
| Тема 2. Основы теории отношений | 4/4 | 2/2 | 2/2 |
| Тема 3. Комбинаторика и вычислительная сложность алгоритмов | 4/0 | 2/0 | 2/0 |
| Тема 4. Математическая логика | 4/4 | 2/2 | 2/2 |
| Тема 5. Равносильные преобразования формул и нормальные формы булевой алгебры. Элементы логики высказываний | 4/4 | 2/2 | 2/2 |
| Тема 6. Элементы логики предикатов | 4/4 | 2/2 | 2/2 |
| **Раздел 2. Графы** | **16/12** | **8/6** | **8/6** |
| Тема 7. Графы: связность, обходы, кратчайшие пути | 4/4 | 2/2 | 2/2 |
| Тема 8. Графы: изоморфизм, циклы, разрезы | 4/0 | 2/0 | 2/0 |
| Тема 9. Графы: независимость и покрытия | 4/4 | 2/2 | 2/2 |
| Тема 10. Графы: раскраска и планарность | 4/4 | 2/2 | 2/2 |
| **Раздел 3. Булевы функции** | **10/6** | **6/4** | **4/2** |
| Тема 11. Булево пространство и булевы функции | 4/2 | 2/2 | 2/0 |
| Тема 12. Разложения булевых функций, функциональная полнота  | 4/0 | 2/0 | 2/0 |
| Тема 13. Минимизация булевых функций (в классе ДНФ) | 2/4 | 2/2 | 0/2 |
| **Раздел 4. Теория автоматов** | **0/12** | **0/6** | **0/6** |
| Тема 14. Минимизация числа состояний полного автомата | 0/4 | 0/2 | 0/2 |
| Тема 15. Минимизация числа состояний частичного автомата | 0/4 | 0/2 | 0/2 |
| Тема 16. Кодирование состояний синхронного автомата | 0/4 | 0/2 | 0/2 |
| **Итого:** | **50** | **26** | **24** |

Материал разделов 1-4 выбираются в зависимости от специальности (профилизации).

**СОДЕРЖАНИЕ УЧЕБНОГО МАТЕРИАЛА**

*(кроме специальности
6-05-0612-02 «Информатика и технологии программирования»)*

Раздел 1. МНОЖЕСТВА. ОТНОШЕНИЯ. КОМБИНАТОРНЫЙ АНАЛИЗ. ЛОГИКА

Тема 1. ОСНОВЫ ТЕОРИИ КОНЕЧНЫХ МНОЖЕСТВ

Понятие множества. Элементы, подмножества, универсум, мощность множества. Способы задания множества. Диаграммы Эйлера-Венна. Операции над множествами: объединение, пересечение, разность, дополнение. Покрытие и разбиение множества. Булеан множества. Булева алгебра множеств. Законы алгебры множеств. Принцип двойственности. Формулы алгебры множеств. Равносильные преобразования формул.

Тема 2. ОСНОВЫ ТЕОРИИ ОТНОШЕНИЙ

Декартово произведение множеств, кортежи. Отношения: унарные, бинарные, n-арные. Область задания отношений. Бинарные отношения: графическое и матричное представления. Характеристики бинарных отношений: проекции, образы, прообразы. Область определения и область значений. Отношения полностью и частично определенные. Операции над отношениями: теоретико-множественные, композиция отношений. Обратное отношение. Бинарные отношения на множестве: представление, свойства (рефлексивность, иррефлексивность, симметричность, антисимметричность, транзитивность, дихотомия). Типы бинарных отношений: эквивалентность, толерантность, порядок (строгий, частичный, полный, лексикографический).

Тема 3. КОМБИНАТОРИКА И ВЫЧИСЛИТЕЛЬНАЯ СЛОЖНОСТЬ
АЛГОРИТМОВ

Основные задачи перечислительной комбинаторики. Общие правила комбинаторики (правило суммы, произведения). Комбинаторные конфигурации: выборки (упорядоченные и неупорядоченные, с повторениями и без повторений), размещения, сочетания, перестановки. Подсчет числа комбинаций: размещений, перестановок, сочетаний (с повторениями и без повторений). Вычислительная сложность алгоритмов: оценки сложности, скорость роста. Трудоемкость алгоритма: линейная, полиномиальная, экспоненциальная. Классы сложности алгоритмов: P и NP. Комбинаторные задачи и методы комбинаторного поиска: дерево поиска, стратегии обхода, метод ветвей и границ.

Тема 4. МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ЛОГИКА

Булевы переменные, логические операции. Таблица истинности. Логические формулы и функции: индуктивное определение формулы, порядок выполнения операций. Суперпозиция функций. Вычисление значения формулы: по табличному заданию, по представлению в виде дерева, по польской записи. Отношения между формулами: равносильность, формальная импликация. Теоретико-множественная интерпретация. Выполнимость формул. Тавтология и противоречие. Булева алгебра логики: основные законы, принцип двойственности. Интерпретации булевой алгебры: булева алгебра множеств, высказываний, переключательных схем.

Тема 5. РАВНОСИЛЬНЫЕ ПРЕОБРАЗОВАНИЯ ФОРМУЛ И НОРМАЛЬНЫЕ ФОРМЫ БУЛЕВОЙ АЛГЕБРЫ. ЭЛЕМЕНТЫ ЛОГИКИ ВЫСКАЗЫВАНИЙ

Равносильные преобразования формул. Вывод формул перехода к булеву базису и обратно. Равносильные преобразования формул. Дизъюнктивные (ДНФ) и конъюнктивные (КНФ) нормальные формы: элементарные конъюнкции и дизъюнкции, их ранги. Преобразование булевой формулы к виду ДНФ и КНФ. Совершенные ДНФ и КНФ: полные элементарные конъюнкции и дизъюнкции, минтермы и макстермы. Получение совершенных ДНФ и КНФ по табличному заданию функции. Связь ДНФ и КНФ, взаимные преобразования.

Логика высказываний: высказывания, логические константы, операции (связки), формулы, истинность сложного высказывания. Выполнимость и общезначимость формул. Основные тавтологии логики высказываний. Логический вывод (правила вывода, порождение правил вывода из тавтологий).

Тема 6. ЭЛЕМЕНТЫ ЛОГИКИ ПРЕДИКАТОВ

Логика предикатов: предикаты (нуль-, одно-, двухместные, n-местные), предметная область. Операции логики предикатов: кванторы общности и существования, их связь с логическими операциями. Формулы логики предикатов: определение, кванторная глубина формулы, переменные связанные и свободные, ранг квантора. Основные равносильности логики предикатов: связь между кванторами существования и общности, коммутативность и дистрибутивность кванторов, равносильности с относительной константой. Нормальные формы логики предикатов. Приведение формулы к нормальному виду.

Раздел 2. ГРАФЫ

Тема 7. ГРАФЫ: СВЯЗНОСТЬ, ОБХОДЫ, КРАТЧАЙШИЕ ПУТИ

Виды графов: ориентированный и неориентированный, конечный и бесконечный, двудольный, связный, полный, пустой, однородный. Обобщения графов: мультиграфы, псевдографы, гиперграфы, смешенные графы, графы с взвешенными вершинами и ребрами. Способы задания графов: матрицы инцидентности и смежности. Степени вершин. Лемма о рукопожатиях. Части графа: подграфы (порожденный, остовный, полный), маршруты, цепи, циклы. Ориентированные графы: способы задания, полустепени (исхода и захода) вершин, основание орграфа. Связность графов (сильная связность орграфа): компоненты связности. Анализ графа на связность. Операции над графами.

Маршруты, цепи, циклы неориентированного и ориентированного графов. Отношение достижимости на множестве вершин графа. Эйлеровы цепи и циклы. Теорема Эйлера. Алгоритм Флёри построения эйлеровой цепи, цикла. Гамильтоновы цепи и циклы. Алгоритм поиска гамильтонового цикла, цепи. Задача о кратчайшем пути в графе. Алгоритм Форда построения кратчайшего пути.

Тема 8. ГРАФЫ: ИЗОМОРФИЗМ, ЦИКЛЫ, РАЗРЕЗЫ

Отношение изоморфизма графов. Изоморфизм графов: канонизация графов, установление изоморфизма. Деревья, леса, остовы. Их свойства. Циклы и разрезы. Базис циклов, его построение. Матрица фундаментальных циклов. Цикломатическое число графа. Базис разрезов, его построение. Матрица фундаментальных разрезов.

Тема 9. ГРАФЫ: НЕЗАВИСИМОСТЬ И ПОКРЫТИЯ

Доминирующее множество графа. Решение задачи о наименьшем доминирующем множестве. Независимое множество графа. Решение задачи о наибольшем независимом множестве. Независимые множества и клики графа. Вершинное покрытие графа. Решение задачи о наименьшем вершинном покрытии графа. Паросочетания и реберные покрытия. Задача о паросочетании.

Тема 10. ГРАФЫ: РАСКРАСКА И ПЛАНАРНОСТЬ

Плоские и планарные графы. Теорема Эйлера о числе граней. Простейшие непланарные графы (графы K5 и K3,3). Теорема Понтрягина-Куратовского о планарности графа. Раскраска графа. Методы правильной раскраски графа. Хроматическое число графа. Бихроматический граф. Теорема Кёнига о бихроматичности графа. Раскраска планарных графов. Гипотеза четырех красок.

Раздел 3. БУЛЕВЫ ФУНКЦИИ

Тема 11. БУЛЕВО ПРОСТРАНСТВО И БУЛЕВЫ ФУНКЦИИ

Булево пространство: мера, графическое задание. Интервалы булева пространства и троичные векторы, отношения между ними (равенство, ортогональность, пересечение, поглощение, смежность, соседство), ранги. Графическое представление булева пространства: одно-, двух-, n- мерный куб. Развертка гиперкуба на плоскость: карта Карно, код Грея, зоны симметрии. Булевы функции: область определения, область значений, характеристическое множество функции, функции полностью определенные и частичные. Представление булевых функций: теоретико-множественное, табличное, матричное, векторное, алгебраическое, на кубе, на карте Карно. Системы булевых функций: представление.

Тема 12. РАЗЛОЖЕНИЯ БУЛЕВЫХ ФУНКЦИЙ,
ФУНКЦИОНАЛЬНАЯ ПОЛНОТА

Элементарные булевы функции и формулы. Теоретико-множественная интерпретация булевых функций. Векторные вычисления булевых функций (бесскобочная форма Лукасевича). Некоторые классы булевых функций: двойственные, самодвойственные, монотонные, линейные. Определение принадлежности функции этим классам. Принцип двойственности. Алгебра Жегалкина и полином Жегалкина. Построение полинома по таблице истинности и формуле алгебры логики. Дизъюнктивное и конъюнктивное разложения Шеннона: представление, иллюстрация на карте Карно.

Технический смысл. Доказательство функциональной полноты заданной системы функций (используя известную функционально полную систему функций). Важнейшие замкнутые классы функций: монотонных, линейных, самодвойственных, сохраняющих константы 0 и 1. Теорема Поста о функциональной полноте системы функций.

Тема 13. МИНИМИЗАЦИЯ БУЛЕВЫХ ФУНКЦИЙ (В КЛАССЕ ДНФ)

Задача минимизации и ее технический смысл. Локальные методы упрощения ДНФ. Импликанты булевой функции, простые импликанты. Иллюстрация на диаграмме Эйлера-Венна. ДНФ булевой функции: сокращенная, безызбыточная, кратчайшая, минимальная. Минимизация булевой функции в классе ДНФ: метод Квайна, метод Квайна-МакКласки, построение и покрытие матрицы Квайна.

Визуальный метод минимизации булевых функций (на карте Карно): определяющие элементы и обязательные интервалы.

Раздел 4. Теория автоматов

Тема 14. Минимизация числа состояний полного автомата

Понятие автомата. Конечные автоматы. Автоматы Мили и Мура. Способы задания конечных автоматов. Последовательностные автоматы. Связь между моделями Мили и Мура. Синхронные и асинхронные автоматы. Частичные и полные автоматы. Структурная модель автомата.

Эквивалентность состояний полного автомата. Разбиение множества состояний на классы эквивалентности. Построение таблицы переходов минимального автомата.

Тема 15. Минимизация числа состояний

частичного автомата

Отношение реализации между частичными автоматами. Совместимость состояний. Получение максимальных совместимых множеств. Оценка числа максимальных совместимых множеств. Метод минимизации числа состояний частичного автомата.

Тема 16. Кодирование состояний синхронного автомата

Влияние кодирования состояний на сложность реализации. Метод кодирования состояний, использующий степень желательности соседних кодов.

**ПРИМЕРНЫЙ ТЕМАТИЧЕСКИЙ ПЛАН**

*(для специальности 6-05-0612-02 «Информатика и технологии программирования»)*

| Наименование раздела, темы | Всего аудиторных часов | Лекции | Практические занятия |
| --- | --- | --- | --- |
| **Раздел 1. Элементы теории графов** | **24** | **12** | **12** |
| Тема 1. Основные понятия и определения теории графов. Способы задания графов | 4 | 2 | 2 |
| Тема 2. Операции на графах | 4 | 2 | 2 |
| Тема 3. Связность графов | 4 | 2 | 2 |
| Тема 4. Планарные графы | 4 | 2 | 2 |
| Тема 5. Графы-деревья  | 4 | 2 | 2 |
| Тема 6. Транспортные сети. Раскраска | 4 | 2 | 2 |
| **Раздел 2. Элементы комбинаторики** | **26** | **14** | **12** |
| Тема 7. Основные комбинаторные конфигурации | 8 | 4 | 4 |
| Тема 8. Методы решения перечислительных задач | 8 | 4 | 4  |
| Тема 9. Производящие функции  | 4 | 2 | 2 |
| Тема 10. Рекуррентные соотношения  | 4 | 2 | 2 |
| Тема 11. Основные комбинаторные задачи | 2 | 2 | - |
| **Итого:** | **50** | **26** | **24** |

**СОДЕРЖАНИЕ УЧЕБНОГО МАТЕРИАЛА**

*(для специальности
6-05-0612-02 «Информатика и технологии программирования»)*

Раздел 1. ЭЛЕМЕНТЫ ТЕОРИИ ГРАФОВ

Тема 1. ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ И ОПРЕДЕЛЕНИЯ ТЕОРИИ ГРАФОВ. СПОСОБЫ ЗАДАНИЯ ГРАФОВ

Определение понятия «граф». Теоретико-множественная и геометрическая интерпретация графов. Компоненты графов: вершины, ребра, дуги, петли. Степени вершин. Подграф. Орграф. Способы задания графов: матрицы инцидентности и смежности. Виды графов: ориентированный и неориентированный, двудольный, связный, полный, пустой, однородный.

Тема 2. ОПЕРАЦИИ НА ГРАФАХ

Объединение и пересечение графов. Декартово произведение, произведение, композиция. Свойства операций на графах. Реализация операций в матричной и геометрической формах.

Тема 3. СВЯЗНОСТЬ ГРАФОВ.

Понятие связности. Компоненты связности. Цепь, цикл, маршрут. Отношение достижимости на множестве вершин графа. Теоремы о связных графах. Эйлеровы и гамильтоновы графы. Условия существования эйлеровых цепей и циклов. Алгоритмы поиска кратчайшего пути, эйлеровой цепи.

Тема 4. ПЛАНАРНЫЕ ГРАФЫ

Плоские и планарные графы. Теорема Эйлера о числе граней. Теорема о реализуемости графов в трехмерном пространстве. Понятие изоморфизма и гомеоморфизма. Графы К5 и К3,3. Алгоритм распознавания изоморфизма графов.

Тема 5. ГРАФЫ-ДЕРЕВЬЯ

Определения дерева, леса. Свойства деревьев. Цикломатическое число графа. Теорема А. Кэли. Каркас графа, условие существования каркаса. Поиск минимального каркаса.

Тема 6. ТРАНСПОРТНЫЕ СЕТИ. РАСКРАСКА

Определения транспортной сети, потока в транспортной сети. Понятие разреза и его свойства. Теорема Форда-Фалкерсона, алгоритм поиска максимального потока. Раскраска графа. Основные алгоритмы на графах.

Раздел 2. ЭЛЕМЕНТЫ КОМБИНАТОРИКИ

Тема 7. ОСНОВНЫЕ КОМБИНАТОРНЫЕ КОНФИГУРАЦИИ

[Правило суммы и правило произведения.](file:///D%3A%5CEgorova%5C%D0%91%D0%93%D0%A3%D0%98%D0%A0%5C%D0%BC%D0%B5%D1%82%D0%BE%D0%B4%D0%B8%D1%87%D0%BA%D0%B0%5C%D0%A1%D0%B0%D0%B9%D1%82%5C%D0%A2%D0%B5%D0%BE%D1%80%D0%B8%D1%8F%5Ccontent%5Ctheme24%5Ctheme24.htm) Комбинаторные конфигурации (упорядоченные и неупорядоченные, с повторениями и без повторений) и их свойства, перестановки, размещения, сочетания. Бином Ньютона, полиномиальная формула.

Тема 8. МЕТОДЫ РЕШЕНИЯ ПЕРЕЧИСЛИТЕЛЬНЫХ ЗАДАЧ

Метод рекуррентных соотношений. Метод включений и исключений. Задача о встречах или о беспорядках. Упорядоченное и неупорядоченное разбиения множеств. Разбиение чисел с учетом и без учета порядка.

Тема 9. ПРОИЗВОДЯЩИЕ ФУНКЦИИ

Полиномиальные производящие функции, экспоненциальные производящие функции. Производящие функции числа основных комбинаторных объектов.

Тема 10. РЕКУРРЕНТНЫЕ СООТНОШЕНИЯ

Методы решения рекуррентных соотношений.

Тема 11. ОСНОВНЫЕ КОМБИНАТОРНЫЕ ЗАДАЧИ

Экстремальные комбинаторные задачи. Сложность решения комбинаторных задач. Идеи и методы, положенные в основу построения эффективных алгоритмов.

**ИНФОРМАЦИОННО-МЕТОДИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ**

ЛИТЕРАТУРА

Основная

1. Черемисинова, Л. Д. Дискретная математика : учебное пособие / Л. Д. Черемисинова. – Минск : БГУИР, 2019. – 299 с.
2. Белоусов, А. И. Дискретная математика : учебник для ВУЗов / А. И. Белоусов, С. Б. Ткачев ; под ред. В. С. Зарубина, А. П. Крищенко. – Москва : МГТУ им. Н. Э. Баумана, 2001. – 744 с.
3. Поттосин, Ю. В. Основы дискретной математики и теории алгоритмов : учебно-методическое пособие / Ю. В. Поттосин, Т. Г. Пинчук, С. А. Поттосина. – Минск : БГУИР, 2021. – 122 с.
4. Гладков, Л. А. Дискретная математика / Л. А. Гладков, В. В. Курейчик, В. М. Курейчик. – Москва : Физматлит, 2014. – 496 с.

Дополнительная

1. Андерсон, Дж. А. Дискретная математика и комбинаторика / Дж. А. Андерсон. – Москва : Вильямс, 2003. – 958 с.
2. Бондаренко, М. Ф. Компьютерная дискретная математика / М. Ф. Бондаренко, Н. В. Белоус. – Харьков : Компания СМИТ, 2004. – 480 с.
3. Верещагин, Н. К. Лекции по математической логике и теории алгоритмов : в 3 ч. / Н. К. Верещагин, А. Шень. – Москва : МЦНМО, 2008. –
Ч. 1 : Начала теории множеств. – 128 с.
4. Виленкин, Н. Я., Комбинаторика / Н. Я. Виленкин, А. Н. Виленкин, П. А. Виленкин. – Москва : ФИМА, МЦНМО, 2006. – 400 с.
5. Ерусалимский, Я. Н. Дискретная математика: теория, задачи, приложения / Я. Н. Ерусалимский. – Москва : Вузовская книга, 2000. – 280 с.
6. Основы логического проектирования : в 2 кн. / А. Д. Закревский, Ю. В. Поттосин, Л. Д. Черемисинова. – Минск : ОИПИ НАН Беларуси, 2004. – Кн. 1 : Комбинаторные алгоритмы дискретной математики. – 226 с.
7. Основы логического проектирования : в 2 кн. / А. Д. Закревский, Ю. В. Поттосин, Л. Д. Черемисинова. – Минск : ОИПИ НАН Беларуси, 2004. – Кн. 2 : Оптимизация в булевом пространстве. – 240 с.
8. Закревский, А. Д. Логические основы проектирования дискретных устройств / А. Д. Закревский, Ю. В. Поттосин, Л. Д. Черемисинова. – Москва : Физматлит, 2007. – 589 c.
9. Микони, С. В. Дискретная математика для бакалавра: множества, отношения, функции, графы : учебное пособие / С. В. Микони. – Санкт-Петербург : Лань, 2012. – 192 с.
10. Новиков, Ф. А. Дискретная математика для программистов / Ф. А. Новиков. – Санкт-Петербург : Питер, 2005. – 364 с.
11. Тишин, В. В. Дискретная математика в примерах и задачах / В. В. Тишин. – Санкт-Петербург : БХВ-Петербург, 2016. – 336 с.
12. Хаггарти, Р. Дискретная математика для программистов / Р. Хаггарти. – Техносфера, 2004. – 320 с.
13. Горбатов, В. А. Фундаментальные основы дискретной математики. Информационная математика / В. А. Горбатов. – Москва : Наука ; ФИЗМАТЛИТ, 2000. – 544 с.
14. Судоплатов, С. В. Элементы дискретной математики : учебник / С. В. Судоплатов, Е. В. Овчинникова – Москва : ИНФА-М, 2002. – 280 с.
15. Шапорев, С. Д. Дискретная математика : курс лекций и практических занятий / С. Д. Шапорев. – Санкт-Петербург : БХВ-Петербург, 2006. – 396 с.
16. Поттосин, Ю. В. Основы теории проектирования цифровых устройств / Ю. В. Поттосин. – Saarbrücken : LAP LAMBERT Academic Publishing, 2011. – 336 с.
17. Плотников, А. Д. Дискретная математика : учебное пособие / А. Д. Плотников. – Москва : Новое знание, 2006. – 288 с.

 МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ ПО ОРГАНИЗАЦИИ И ВЫПОЛНЕНИЮ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ СТУДЕНТОВ

При изучении учебной дисциплины рекомендуется использовать следующие формы самостоятельной работы:

работа с учебной и справочной литературой;

составление конспектов;

решение задач и выполнение упражнений;

работа с раздаточным материалом.

ПЕРЕЧЕНЬ РЕКОМЕНДУЕМЫХ СРЕДСТВ ДИАГНОСТИКИ

 КОМПЕТЕНЦИЙ СТУДЕНТА

Примерными учебными планами по специальностям 6-05-0611-01 «Информационные системы и технологии», 6-05-0612-01 «Программная инженерия», 7-07-0713-01 «Информационные и управляющие системы физических установок» в качестве формы промежуточной аттестации по учебной дисциплине «Дискретная математика» рекомендуется экзамен. Оценка учебных достижений студента производится по десятибалльной шкале.

Примерными учебными планами по специальностям 6-05-0611-04 «Электронная экономика», 6-05-0611-05 «Компьютерная инженерия»,
6-05-0611-07 «Цифровой маркетинг», 6-05-0611-08 «Киберфизические системы», 6-05-0612-02 «Информатика и технологии программирования»,
6-05-0612-03 «Системы управления информацией» в качестве формы промежуточной аттестации по учебной дисциплине «Дискретная математика» рекомендуется зачет. Оценка учебных достижений студента производится по системе «зачтено / не зачтено».

Для текущего контроля по учебной дисциплине и диагностики компетенций студентов могут использоваться следующие формы:

устный опрос;

письменная самостоятельная работа;

контрольная работа;

индивидуальная практическая работа;

индивидуальное домашнее задание;

тестирование;

решение задач;

коллоквиум

письменная проверочная работа,

отчеты по аудиторным/домашним практическим упражнениям с их устной защитой.

РЕКОМЕНДУЕМЫЕ МЕТОДЫ (ТЕХНОЛОГИИ) ОБУЧЕНИЯ

Основные рекомендуемые методы (технологии) обучения, отвечающие целям и задачам учебной дисциплины:

индивидуальная работа;

групповая работа;

обучение, организованное на платформе Moodle.

Примерный перечень ТЕМ практических занятий

*(кроме специальности
6-05-0612-02 «Информатика и технологии программирования»)*

1. Множества.
2. Отношения.
3. Комбинаторика. Комбинаторные задачи.
4. Математическая логика.
5. Равносильные преобразования формул и нормальные формы.
6. Предикаты.
7. Графы: связность, обходы, кратчайшие пути.
8. Графы: изоморфизм.
9. Графы: независимость и покрытие.
10. Графы: раскраска и планарность.
11. Булево пространство, булевы функции.
12. Разложения, функциональная полнота.
13. Автоматы. Минимизация числа состояний полного автомата
14. Автоматы. Минимизация числа состояний частичного автомата
15. Кодирование состояний синхронного автомата.

Примерный перечень ТЕМ практических занятий

*(для специальности
6-05-0612-02 «Информатика и технологии программирования»)*

1. Основные понятия и определения теории графов. Способы задания графов.
2. Операции на графах.
3. Связность графов.
4. Планарные графы.
5. Графы-деревья.
6. Транспортные сети.
7. Основные комбинаторные конфигурации.
8. Методы решения перечислительных задач.
9. Производящие функции.
10. Рекуррентные отношения.

Примерный перечень компьютерных программ

(*необходимого оборудования, наглядных пособий и иное)*

1. Текстовый редактор Microsoft Word.
2. Компьютерная программа PowerPoint.
3. Система компьютерной алгебры Maple.
4. Среда программирования языков высокого уровня.