**МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ РЕСПУБЛИКИ БЕЛАРУСЬ**

Учебно-методическое объединение по образованию

в области информатики и радиоэлектроники

**УТВЕРЖДЕНО**

Первым заместителем Министра образования

Республики Беларусь

И.А. Старовойтовой

**21.02.2022**

Регистрационный № **ТД-I.1551/тип.**

**ДИСКРЕТНАЯ МАТЕМАТИКА**

**Типовая учебная программа по учебной дисциплине**

**для направлений образования:**

**28 Электронная экономика, 40 Информатика и вычислительная техника;**

**специальностей:**

**1-53 01 02 Автоматизированные системы обработки информации,**

**1-53 01 07 Информационные технологии и управление в технических системах,**

**1-58 01 01 Инженерно-психологическое обеспечение информационных технологий**

|  |  |
| --- | --- |
| **СОГЛАСОВАНО**Председатель Учебно-методического объединения по образованию в области информатики и радиоэлектроники\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_В.А. Богуш\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ | **СОГЛАСОВАНО** Начальник Главного управления профессионального образования Министерства образования Республики Беларусь\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_С.А. Касперович\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ |
|  | **СОГЛАСОВАНО**Проректор по научно-методической работе Государственного учреждения образования «Республиканский институт высшей школы»\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_И.В. Титович\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ |
|  | Эксперт-нормоконтролер\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ |

Минск 2022

**Составители:**

Л.Д. Черемисинова, профессор кафедры инженерной психологии и эргономики учреждения образования «Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники», доктор технических наук, профессор;

Н.В. Щербина, старший преподаватель кафедры инженерной психологии и эргономики учреждения образования «Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники, магистр технических наук;

Ю.В. Поттосин, доцент кафедры электронных вычислительных машин учреждения образования «Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники», кандидат физико-математических наук, доцент;

А.С. Сидорович, старший преподаватель кафедры электронных вычислительных машин учреждения образования «Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники»;

Н.Г. Егорова, доцент кафедры информатики учреждения образования «Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники», кандидат технических наук, доцент.

Рецензенты:

Кафедра высшей математики Белорусского национального технического университета (протокол № 10 от 21.05.2021 г.);

М.М. Лукашевич, руководитель проекта ИООО «Софтек Девелопмент», кандидат технических наук, доцент;

Н.И. Белодед, доцент кафедры управления информационными ресурсами Академии управления при Президенте Республики Беларусь, кандидат технических наук, доцент.

**РЕКОМЕНДОВАНА К УТВЕРЖДЕНИЮ В КАЧЕСТВЕ ТИПОВОЙ:**

Кафедрой инженерной психологии и эргономики учреждения образования «Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники» (протокол № 17 от 26.04.2021 г.);

Кафедрой программного обеспечения информационных технологий учреждения образования «Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники» (протокол № 14 от 19.04.2021 г.);

Кафедрой информационных технологий автоматизированных систем учреждения образования «Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники» (протокол № 17 от 12.04.2021 г.);

Кафедрой информатики учреждения образования «Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники» (протокол № 12 от 06.04.2021 г.);

Кафедрой электронных вычислительных машин учреждения образования «Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники» (протокол № 16 от 26.04.2021 г.);

Кафедрой экономической информатики учреждения образования «Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники» (протокол № 12 от 13.04.2021 г.);

Кафедрой вычислительных методов и программирования учреждения образования «Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники» (протокол № 19 от 12.05.2021 г.);

Научно-методическим советом учреждения образования «Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники» (протокол № 11 от 18.06.2021 г.);

Научно-методическим советом по прикладным информационным системам и технологиям Учебно-методического объединения по образованию в области информатики и радиоэлектроники (протокол № 4 от 29.03.2021 г.);

Научно-методическим советом по разработке программного обеспечения и информационно-коммуникационным технологиям Учебно-методического объединения по образованию в области информатики и радиоэлектроники (протокол № 6 от 18.05.2021 г.).

Ответственный за редакцию: С.С. Шишпаронок

# **Пояснительная записка**

ХАРАКТЕРИСТИКА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

Типовая учебная программа по учебной дисциплине «Дискретная математика» разработана для студентов учреждений высшего образования, обучающихся по специальностям: 1-28 01 01 «Экономика электронного бизнеса»; 1-28 01 02 «Электронный маркетинг», 1-40 01 01 «Программное обеспечение информационных технологий», 1-40 02 01 «Вычислительные машины, системы и сети», 1-40 02 02 «Электронные вычислительные средства», 1-40 04 01 «Информатика и технологии программирования», 1‑40 05 01 «Информационные системы и технологии (по направлениям)», 1‑53 01 02 «Автоматизированные системы обработки информации», 1-53 01 07 «Информационные технологии и управление в технических системах», 1‑58 01 01 «Инженерно-психологическое обеспечение информационных технологий» в соответствии с требованиями образовательного стандарта высшего образования I ступении типовых учебных планов по данным специальностям.

Учебная дисциплина «Дискретная математика» является математической основой современных информационных технологий, рассматривается как язык и математические средства построения и анализа моделей в области проектирования автоматизированных систем управления, обработки информации и конструирования средств вычислительной техники и электронных устройств. Знания и навыки, полученные при изучении дискретной математики, как учебной дисциплины, являются общепрофессиональными, формируют базовый уровень знаний инженера для освоения других специальных учебных дисциплин. Освоение дискретной математики, как учебной дисциплины, способствует формированию у студентов навыков дискретного математического мышления, умения применять его в конкретных задачах проектирования обработки информации. Большое значение в рамках изучения данной учебной дисциплины уделяется математической логике, булевой алгебре, теории множеств, отношений и графов, в терминах которых формулируется большинство задач, связанных с дискретными объектами.

ЦЕЛЬ, ЗАДАЧИ, РОЛЬ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

Цель учебной дисциплины: освоение основных понятий и методов комбинаторики, теории булевых функций, множеств, отношений, графов, сложности; овладение математическим аппаратом дискретной математики для решения задач дискретной структуры из предметной области инженера, а также терминологической базой, необходимой для самостоятельного изучения специальной математической литературы; приобретение практических навыков формализации и решения прикладных задач с помощью методов дискретной математики; развитие логического мышления.

Задачи учебной дисциплины:

приобретение знаний об универсальных средствах (языках) формализованного представления информации;

освоение навыков корректной переработки информации, представленной на этих языках;

изучение принципов композиции и декомпозиции информационных комплексов и информационных процессов;

овладение методами перехода с одного языка описания явления на другой с сохранением содержательной ценности моделей и учетом возможностей и условий перехода.

Базовыми учебными дисциплинами «Дискретная математика» являются «Линейная алгебра и аналитическая геометрия» и «Математический анализ»*.* В свою очередь учебная дисциплина «Дискретная математика» является базой для таких учебных дисциплин, как «Численные методы» и «Теория вероятностей и математическая статистика».

ТРЕБОВАНИЯ К УРОВНЮ ОСВОЕНИЯ

СОДЕРЖАНИЯ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

В результате изучения учебной дисциплины «Дискретная математика» формируются следующие компетенции:

*универсальные:*

обладать навыками творческого аналитического мышления;

*базовые профессиональные:*

формализовать и решать прикладные задачи в сфере инфокоммуникационных технологий с помощью методов дискретной математики;

*для специальности 1-40 04 01 «Информатика и технологии программирования»:* формализовать и решать прикладные задачи в сфере инфокоммуникационных технологий с помощью методов дискретной математики и кибернетики;

*для специальности 1-40 01 01 «Программное обеспечение информационных технологий» также*: использовать фундаментальные положения информатики, математической логики и теории алгоритмов для эффективной разработки программного обеспечения.

В рамках образовательного процесса по данной учебной дисциплине студент должен приобрести не только теоретические и практические знания, умения и навыки по специальности, но и развить свой ценностно-личностный, духовный потенциал, сформировать качества патриота и гражданина, готового к активному участию в экономической, производственной, социально-культурной и общественной жизни страны.

В результате изучения учебной дисциплины студент должен:

*знать:*

логические операции;

основные методы теории множеств и комбинаторики;

булевы функции;

элементы теории формальных грамматик и языков;

основные понятия и результаты теории графов;

основы теории алгоритмов, понятие о классах сложности P и NP;

элементы теории кодирования;

*уметь:*

переводить предложения на формальный язык логики высказываний; решать базовые комбинаторные задачи;

исследовать на полноту системы булевых функций;

исследовать на изоморфизм простейшие графы, определять связность, двудольность и планарность графов;

определять разделимость кода, строить оптимальный код;

*владеть:*

навыками анализа композиции и декомпозиции информационных комплексов и процессов;

формальным языком логики высказываний;

понятиями алфавитного и равномерного кодирования;

навыками решения проблем однозначности декодирования;

методами определения сложности алгоритма и вычислений.

Данная типовая учебная программа рассчитана на 108 учебных часов, в том числе – 50 аудиторных часов. Примерное распределение аудиторных часов по видам занятий: лекций – 26 часов, практических занятий – 24 часа.

**ПРИМЕРНЫЙ ТЕМАТИЧЕСКИЙ ПЛАН**

*(кроме специальности 1-40 04 01 «Информатика и технологии программирования»)*

| Наименование раздела, темы | Всегоаудиторных,часы | Лекции, часы | Практическиезанятия, часы |
| --- | --- | --- | --- |
| **Раздел 1. Множества. Отношения. Комбинаторный анализ** | **24/20** | **12/10** | **12/10** |
| Тема 1. Основы теории конечных множеств | 4/4 | 2/2 | 2/2 |
| Тема 2. Основы теории отношений | 4/4 | 2/2 | 2/2 |
| Тема 3. Комбинаторика и вычислительная сложность алгоритмов | 4/0 | 2/0 | 2/0 |
| Тема 4. Математическая логика | 4/4 | 2/2 | 2/2 |
| Тема 5. Равносильные преобразования формул и нормальные формы булевой алгебры. Элементы логики высказываний | 4/4 | 2/2 | 2/2 |
| Тема 6. Элементы логики предикатов | 4/4 | 2/2 | 2/2 |
| **Раздел 2. Графы** | **16/12** | **8/6** | **8/6** |
| Тема 7. Графы: связность, обходы, кратчайшие пути | 4/4 | 2/2 | 2/2 |
| Тема 8. Графы: изоморфизм, циклы, разрезы | 4/0 | 2/0 | 2/0 |
| Тема 9. Графы: независимость и покрытия | 4/4 | 2/2 | 2/2 |
| Тема 10. Графы: раскраска и планарность | 4/4 | 2/2 | 2/2 |
| **Раздел 3. Булевы функции** | **10/6** | **6/4** | **4/2** |
| Тема 11. Булево пространство и булевы функции | 4/2 | 2/2 | 2/0 |
| Тема 12. Разложения, функциональная полнота  | 4/0 | 2/0 | 2/0 |
| Тема 13. Минимизация булевых функций (в классе ДНФ) | 2/4 | 2/2 | 0/2 |
| **Раздел 4. Теория автоматов** | **0/12** | **0/6** | **0/6** |
| Тема 14. Минимизация числа состояний полного автомата | 0/4 | 0/2 | 0/2 |
| Тема 15. Минимизация числа состояний частичного автомата | 0/4 | 0/2 | 0/2 |
| Тема 16. Кодирование состояний синхронного автомата | 0/4 | 0/2 | 0/2 |
| **Итого:** | **50** | **26** | **24** |

Материал разделов 1-4 выбираются в зависимости от специальности (направления специальности).

**СОДЕРЖАНИЕ УЧЕБНОГО МАТЕРИАЛА**

*(кроме специальности 1-40 04 01 «Информатика и технологии программирования»)*

Раздел 1. МНОЖЕСТВА. ОТНОШЕНИЯ. КОМБИНАТОРНЫЙ АНАЛИЗ

Тема 1. ОСНОВЫ ТЕОРИИ КОНЕЧНЫХ МНОЖЕСТВ

Понятие множества. Элементы, подмножества, универсум, мощность множества. Способы задания множества. Диаграммы Эйлера-Венна. Операции над множествами: объединение, пересечение, разность, дополнение. Покрытие и разбиение множества. Булеан множества. Булева алгебра множеств. Законы алгебры множеств. Принцип двойственности. Формулы алгебры множеств. Равносильные преобразования формул.

Тема 2. ОСНОВЫ ТЕОРИИ ОТНОШЕНИЙ

Декартово произведение множеств, кортежи. Отношения: унарные, бинарные, n-арные. Область задания отношений. Бинарные отношения: графическое и матричное представления. Характеристики бинарных отношений: проекции, образы, прообразы. Область определения и область значений. Отношения полностью и частично определенные. Операции над отношениями: теоретико-множественные, композиция отношений. Обратное отношение. Бинарные отношения на множестве: представление, свойства (рефлексивность, иррефлексивность, симметричность, антисимметричность, транзитивность, дихотомия). Типы бинарных отношений: эквивалентность, толерантность, порядок (строгий, частичный, полный, лексикографический).

Тема 3. КОМБИНАТОРИКА И ВЫЧИСЛИТЕЛЬНАЯ СЛОЖНОСТЬ
АЛГОРИТМОВ

Основные задачи перечислительной комбинаторики. Общие правила комбинаторики (правило суммы, произведения). Комбинаторные конфигурации: выборки (упорядоченные и неупорядоченные, с повторениями и без повторений), размещения, сочетания, перестановки. Подсчет числа комбинаций: размещений, перестановок, сочетаний (с повторениями и без повторений). Вычислительная сложность алгоритмов: оценки сложности, скорость роста. Трудоемкость алгоритма: линейная, полиномиальная, экспоненциальная. Классы сложности алгоритмов: P и NP. Комбинаторные задачи и методы комбинаторного поиска: дерево поиска, стратегии обхода, метод ветвей и границ.

Тема 4. МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ЛОГИКА

Булевы переменные, логические операции. Таблица истинности. Логические формулы и функции: индуктивное определение формулы, порядок выполнения операций. Суперпозиция функций. Вычисление значения формулы: по табличному заданию, по представлению в виде дерева, по польской записи. Отношения между формулами: равносильность, формальная импликация. Теоретико-множественная интерпретация. Выполнимость формул. Тавтология и противоречие. Булева алгебра логики: основные законы, принцип двойственности. Интерпретации булевой алгебры: булева алгебра множеств, высказываний, переключательных схем.

Тема 5. РАВНОСИЛЬНЫЕ ПРЕОБРАЗОВАНИЯ ФОРМУЛ И НОРМАЛЬНЫЕ ФОРМЫ БУЛЕВОЙ АЛГЕБРЫ. ЭЛЕМЕНТЫ ЛОГИКИ ВЫСКАЗЫВАНИЙ

Равносильные преобразования формул. Вывод формул перехода к булеву базису и обратно. Равносильные преобразования формул. Дизъюнктивные (ДНФ) и конъюнктивные (КНФ) нормальные формы: элементарные конъюнкции и дизъюнкции, их ранги. Преобразование булевой формулы к виду ДНФ и КНФ. Совершенные ДНФ и КНФ: полные элементарные конъюнкции и дизъюнкции, минтермы и макстермы. Получение совершенных ДНФ и КНФ по табличному заданию функции. Связь ДНФ и КНФ, взаимные преобразования.

Логика высказываний: высказывания, логические константы, операции (связки), формулы, истинность сложного высказывания. Выполнимость и общезначимость формул. Основные тавтологии логики высказываний. Логический вывод (правила вывода, порождение правил вывода из тавтологий).

Тема 6. ЭЛЕМЕНТЫ ЛОГИКИ ПРЕДИКАТОВ

Логика предикатов: предикаты (нуль-, одно-, двухместные, n-местные), предметная область. Операции логики предикатов: кванторы общности и существования, их связь с логическими операциями. Формулы логики предикатов: определение, кванторная глубина формулы, переменные связанные и свободные, ранг квантора. Основные равносильности логики предикатов: связь между кванторами существования и общности, коммутативность и дистрибутивность кванторов, равносильности с относительной константой. Нормальные формы логики предикатов. Приведение формулы к нормальному виду.

Раздел 2. ГРАФЫ

Тема 7. ГРАФЫ: СВЯЗНОСТЬ, ОБХОДЫ, КРАТЧАЙШИЕ ПУТИ

Виды графов: ориентированный и неориентированный, конечный и бесконечный, двудольный, связный, полный, пустой, однородный. Обобщения графов: мультиграфы, псевдографы, гиперграфы, смешенные графы, графы с взвешенными вершинами и ребрами. Способы задания графов: матрицы инцидентности и смежности. Степени вершин. Лемма о рукопожатиях. Части графа: подграфы (порожденный, остовный, полный), маршруты, цепи, циклы. Ориентированные графы: способы задания, полустепени (исхода и захода) вершин, основание орграфа. Связность графов (сильная связность орграфа): компоненты связности. Анализ графа на связность. Операции над графами.

Маршруты, цепи, циклы неориентированного и ориентированного графов. Отношение достижимости на множестве вершин графа. Эйлеровы цепи и циклы. Теорема Эйлера. Алгоритм Флёри построения эйлеровой цепи, цикла. Гамильтоновы цепи и циклы. Алгоритм поиска гамильтонового цикла, цепи. Задача о кратчайшем пути в графе. Алгоритм Форда построения кратчайшего пути.

Тема 8. ГРАФЫ: ИЗОМОРФИЗМ, ЦИКЛЫ, РАЗРЕЗЫ

Отношение изоморфизма графов. Изоморфизм графов: канонизация графов, установление изоморфизма. Деревья, леса, остовы. Их свойства. Циклы и разрезы. Базис циклов, его построение. Матрица фундаментальных циклов. Цикломатическое число графа. Базис разрезов, его построение. Матрица фундаментальных разрезов.

Тема 9. ГРАФЫ: НЕЗАВИСИМОСТЬ И ПОКРЫТИЯ

Доминирующее множество графа. Решение задачи о наименьшем доминирующем множестве. Независимое множество графа. Решение задачи о наибольшем независимом множестве. Независимые множества и клики графа. Вершинное покрытие графа. Решение задачи о наименьшем вершинном покрытии графа. Паросочетания и реберные покрытия. Задача о паросочетании.

Тема 10. ГРАФЫ: РАСКРАСКА И ПЛАНАРНОСТЬ

Плоские и планарные графы. Теорема Эйлера о числе граней. Простейшие непланарные графы (графы K5 и K3,3). Теорема Понтрягина-Куратовского о планарности графа. Раскраска графа. Методы правильной раскраски графа. Хроматическое число графа. Бихроматический граф. Теорема Кёнига о бихроматичности графа. Раскраска планарных графов. Гипотеза четырех красок.

Раздел 3. БУЛЕВЫ ФУНКЦИИ

##### Тема 11. БУЛЕВО ПРОСТРАНСТВО И БУЛЕВЫ ФУНКЦИИ

Булево пространство: мера, графическое задание. Интервалы булева пространства и троичные векторы, отношения между ними (равенство, ортогональность, пересечение, поглощение, смежность, соседство), ранги. Графическое представление булева пространства: одно-, двух-, n- мерный куб. Развертка гиперкуба на плоскость: карта Карно, код Грея, зоны симметрии. Булевы функции: область определения, область значений, характеристическое множество функции, функции полностью определенные и частичные. Представление булевых функций: теоретико-множественное, табличное, матричное, векторное, алгебраическое, на кубе, на карте Карно. Системы булевых функций: представление.

##### Тема 12. РАЗЛОЖЕНИЯ, ФУНКЦИОНАЛЬНАЯ ПОЛНОТА

Элементарные булевы функции и формулы. Теоретико-множественная интерпретация булевых функций. Векторные вычисления булевых функций (бесскобочная форма Лукасевича). Некоторые классы булевых функций: двойственные, самодвойственные, монотонные, линейные. Определение принадлежности функции этим классам. Принцип двойственности. Алгебра Жегалкина и полином Жегалкина. Построение полинома по таблице истинности и формуле алгебры логики. Дизъюнктивное и конъюнктивное разложения Шеннона: представление, иллюстрация на карте Карно.

Технический смысл. Доказательство функциональной полноты заданной системы функций (используя известную функционально полную систему функций). Важнейшие замкнутые классы функций: монотонных, линейных, самодвойственных, сохраняющих константы 0 и 1. Теорема Поста о функциональной полноте системы функций.

##### Тема 13. МИНИМИЗАЦИЯ БУЛЕВЫХ ФУНКЦИЙ (В КЛАССЕ ДНФ)

Задача минимизации и ее технический смысл. Локальные методы упрощения ДНФ. Импликанты булевой функции, простые импликанты. Иллюстрация на диаграмме Эйлера-Венна. ДНФ булевой функции: сокращенная, безызбыточная, кратчайшая, минимальная. Минимизация булевой функции в классе ДНФ: метод Квайна, метод Квайна–МакКласки, построение и покрытие матрицы Квайна.

Визуальный метод минимизации булевых функций (на карте Карно): определяющие элементы и обязательные интервалы.

Раздел 4. Теория автоматов

##### Тема 14. Минимизация числа состояний полного автомата

##### Понятие автомата. Конечные автоматы. Автоматы Мили и Мура. Способы задания конечных автоматов. Последовательностные автоматы. Связь между моделями Мили и Мура. Синхронные и асинхронные автоматы. Частичные и полные автоматы. Структурная модель автомата.

##### Эквивалентность состояний полного автомата. Разбиение множества состояний на классы эквивалентности. Построение таблицы переходов минимального автомата.

##### Тема 15. Минимизация числа состояний

##### частичного автомата

##### Отношение реализации между частичными автоматами. Совместимость состояний. Получение максимальных совместимых множеств. Оценка числа максимальных совместимых множеств. Метод минимизации числа состояний частичного автомата.

##### Тема 16. Кодирование состояний синхронного автомата

Влияние кодирования состояний на сложность реализации. Метод кодирования состояний, использующий степень желательности соседних кодов.

**ПРИМЕРНЫЙ ТЕМАТИЧЕСКИЙ ПЛАН**

*(для специальности 1-40 04 01 «Информатика и технологии программирования»)*

| Наименование раздела, темы | Всегоаудиторных,часы | Лекции, часы | Практическиезанятия, часы |
| --- | --- | --- | --- |
| **Раздел 1. Элементы теории графов** | **24** | **12** | **12** |
| Тема 1. Основные понятия и определения теории графов. Способы задания графов | 4 | 2 | 2 |
| Тема 2. Операции на графах | 4 | 2 | 2 |
| Тема 3. Связность графов | 4 | 2 | 2 |
| Тема 4. Планарные графы | 4 | 2 | 2 |
| Тема 5. Графы-деревья  | 4 | 2 | 2 |
| Тема 6. Транспортные сети. Раскраска | 4 | 2 | 2 |
| **Раздел 2. Элементы комбинаторики** | **26** | **14** | **12** |
| Тема 7. Основные комбинаторные конфигурации | 8 | 4 | 4 |
| Тема 8. Методы решения перечислительных задач | 8 | 4 | 4  |
| Тема 9. Производящие функции  | 4 | 2 | 2 |
| Тема 10. Рекуррентные соотношения  | 4 | 2 | 2 |
| Тема 11. Основные комбинаторные задачи | 2 | 2 | - |
| **Итого:** | **50** | **26** | **24** |

**СОДЕРЖАНИЕ УЧЕБНОГО МАТЕРИАЛА**

*(для специальности 1-40 04 01 «Информатика и технологии программирования»)*

Раздел 1. ЭЛЕМЕНТЫ ТЕОРИИ ГРАФОВ

Тема 1. ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ И ОПРЕДЕЛЕНИЯ ТЕОРИИ ГРАФОВ. СПОСОБЫ ЗАДАНИЯ ГРАФОВ

Определение понятия «граф». Теоретико-множественная и геометрическая интерпретация графов. Компоненты графов: вершины, ребра, дуги, петли. Степени вершин. Подграф. Орграф. Способы задания графов: матрицы инцидентности и смежности. Виды графов: ориентированный и неориентированный, двудольный, связный, полный, пустой, однородный.

Тема 2. ОПЕРАЦИИ НА ГРАФАХ

Объединение и пересечение графов. Декартово произведение, произведение, композиция. Свойства операций на графах. Реализация операций в матричной и геометрической формах.

Тема 3. СВЯЗНОСТЬ ГРАФОВ.

Понятие связности. Компоненты связности. Цепь, цикл, маршрут. Отношение достижимости на множестве вершин графа. Теоремы о связных графах. Эйлеровы и гамильтоновы графы. Условия существования эйлеровых цепей и циклов. Алгоритмы поиска кратчайшего пути, эйлеровой цепи.

Тема 4. ПЛАНАРНЫЕ ГРАФЫ

Плоские и планарные графы. Теорема Эйлера о числе граней. Теорема о реализуемости графов в трехмерном пространстве. Понятие изоморфизма и гомеоморфизма. Графы К5 и К3,3. Алгоритм распознавания изоморфизма графов.

Тема 5. ГРАФЫ-ДЕРЕВЬЯ

Определения дерева, леса. Свойства деревьев. Цикломатическое число графа. Теорема А. Кэли. Каркас графа, условие существования каркаса. Поиск минимального каркаса.

Тема 6. ТРАНСПОРТНЫЕ СЕТИ. РАСКРАСКА

Определения транспортной сети, потока в транспортной сети. Понятие разреза и его свойства. Теорема Форда-Фалкерсона, алгоритм поиска максимального потока. Раскраска графа. Основные алгоритмы на графах.

Раздел 2. ЭЛЕМЕНТЫ КОМБИНАТОРИКИ

Тема 7. ОСНОВНЫЕ КОМБИНАТОРНЫЕ КОНФИГУРАЦИИ

[Правило суммы и правило произведения.](file:///D%3A%5CEgorova%5C%D0%91%D0%93%D0%A3%D0%98%D0%A0%5C%D0%BC%D0%B5%D1%82%D0%BE%D0%B4%D0%B8%D1%87%D0%BA%D0%B0%5C%D0%A1%D0%B0%D0%B9%D1%82%5C%D0%A2%D0%B5%D0%BE%D1%80%D0%B8%D1%8F%5Ccontent%5Ctheme24%5Ctheme24.htm) Комбинаторные конфигурации (упорядоченные и неупорядоченные, с повторениями и без повторений) и их свойства, перестановки, размещения, сочетания. Бином Ньютона, полиномиальная формула.

Тема 8. МЕТОДЫ РЕШЕНИЯ ПЕРЕЧИСЛИТЕЛЬНЫХ ЗАДАЧ

Метод рекуррентных соотношений. Метод включений и исключений. Задача о встречах или о беспорядках. Упорядоченное и неупорядоченное разбиения множеств. Разбиение чисел с учетом и без учета порядка.

Тема 9. ПРОИЗВОДЯЩИЕ ФУНКЦИИ

Полиномиальные производящие функции, экспоненциальные производящие функции. Производящие функции числа основных комбинаторных объектов.

Тема 10. РЕКУРРЕНТНЫЕ СООТНОШЕНИЯ

Методы решения рекуррентных соотношений.

Тема 11. ОСНОВНЫЕ КОМБИНАТОРНЫЕ ЗАДАЧИ

Экстремальные комбинаторные задачи. Сложность решения комбинаторных задач. Идеи и методы, положенные в основу построения эффективных алгоритмов.

**ИНФОРМАЦИОННО-МЕТОДИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ**

### ЛИТЕРАТУРА

###### Основная

1. Черемисинова, Л. Д. Дискретная математика: учеб. пособие / Л. Д. Черемисинова. – Минск: БГУИР, 2019. – 299 с.
2. Белоусов, А. И. Дискретная математика : учебник для ВУЗов / А. И. Белоусов, С. Б. Ткачёв ; под ред. В. С. Зарубина, А. П. Крищенко. – М. : МГТУ им. Н. Э. Баумана, 2001. – 744 с.
3. Нефёдов, В. Н. Курс дискретной математики : учебное пособие / В. Н. Нефёдов, В. А. Осипова. – М. : МАИ, 1992. – 264 с.
4. Поттосин, Ю. В. Основы дискретной математики и теории алгоритмов : учебно-методическое пособие / Ю. В. Поттосин, Т. Г. Пинчук, С. А. Поттосина. – Минск : БГУИР, 2021. – 122 с.

###### Дополнительная

1. Андерсон, Дж. А. Дискретная математика и комбинаторика / Дж. А. Андерсон. – М. : Изд. дом «Вильямс», 2003. – 958 с.
2. Ахо, Ф. Структуры данных и алгоритмы / Ф. Ахо, Дж. Хопкрофт, Дж. Ульман. – М. : Изд. дом «Вильямс», 1979. – 536 с.
3. Басакер, Р. Конечные графы и сети / Р. Басакер, Т. Саати. – М. : Наука, 1974. – 368 с.
4. Берж, К. Теория графов и ее применения / К. Берж. – М.: ИЛ, 1962. – 320 с.
5. Бондаренко, М. Ф. Компьютерная дискретная математика / М. Ф. Бондаренко, Н. В. Белоус, А. Г. Руткас. – Харьков : Компания СМИТ, 2004. – 480 с.
6. Верещагин, Н. К. Лекции по математической логике и теории алгоритмов. В 3 ч. Ч. 1 : Начала теории множеств / Н. К. Верещагин, А. Шень. – М. : МЦНМО, 2008. – 128 с.
7. Виленкин, Н. Я., Комбинаторика / Н. Я. Виленкин, А. Н. Виленкин, П. А. Виленкин. – М. : ФИМА, МЦНМО, 2006. – 400 с.
8. Гаврилов, Г. П. Сборник задач по дискретной математике / Г. П. Гаврилов, А. А. Сапоженко. – М. : Наука, 1977. – 368 с.
9. Гиндикин, С. Г. Алгебра логики в задачах / С. Г. Гиндикин. – М. : Наука, 1972. – 288 с.
10. Гладков, Л. А. Дискретная математика / Л. А. Гладков, В. В. Курейчик, В. М. Курейчик. – М. : Физматлит, 2014. – 496 с.
11. Глушков, В. М. Синтез цифровых автоматов / В. М. Глушков. – М. : Физматгиз, 1962. – 476 с.
12. Гэри, М. Вычислительные машины и труднорешаемые задачи / М. Гэри, Д. Джонсон. – М. : Мир, 1982. – 416 с.
13. Евстигнеев, В. А. Задачи и упражнения по теории графов и комбинаторике / В. А. Евстигнеев, Л. С. Мельников. – Новосибирск : Изд. НГУ, 1981. – 88 с.
14. Евстигнеев, В. А. Применение теории графов в программировании / В. А. Евстигнеев. – М. : Наука, 1985. – 352 с.
15. Ерусалимский, Я. Н. Дискретная математика: теория, задачи, приложения / Я. Н. Ерусалимский. – М. : Вузовская книга, 2000. – 280 с.
16. Закревский, А. Д. Логический синтез каскадных схем / А. Д. Закревский. – М. : Наука, 1981. – 414 с.
17. Закревский, А. Д. Основы логического проектирования. В 2 кн. Кн. 1 : Комбинаторные алгоритмы дискретной математики / А. Д. Закревский, Ю. В. Поттосин, Л. Д. Черемисинова. – Минск : ОИПИ НАН Беларуси, 2004. – 226 с.
18. Закревский, А. Д. Основы логического проектирования. В 2 кн. Кн. 2 : Оптимизация в булевом пространстве. – Минск : ОИПИ НАН Беларуси, 2004. – 240 с.
19. Закревский, А. Д. Логические основы проектирования дискретных устройств / А. Д. Закревский, Ю. В. Поттосин, Л. Д. Черемисинова. – М. : Физматлит, 2007. – 589 c.
20. Зыков, А. А. Основы теории графов / А. А. Зыков. – М. : Наука, 1987. – 384 с.
21. Кристофидес, Н. Теория графов. Алгоритмический подход / Н. Кристофидес. – М. : Мир, 1978. – 432 с.
22. Кузнецов, О. П. Дискретная математика для инженеров / О. П. Кузнецов, Г. М. Адельсон-Вельский. – М. : Энергия, 1988. – 480 с.
23. Лекции по теории графов / В. А. Емеличев [и др.]. – М. : Наука, 1990. – 384 с.
24. Липский, В. Комбинаторика для программистов / В. Липский. – М. : Мир, 1998. – 214 с.
25. Микони, С. В. Дискретная математика для бакалавра: множества, отношения, функции, графы: учебное пособие / С. В. Микони. – СПб. : Лань, 2012. – 192 с.
26. Миллер, Р. Теория переключательных схем. В 2 т. Т. 1 : / Р. Миллер. – М. : Наука, 1970. – 416 с.
27. Новиков, Ф. А. Дискретная математика для программистов / Ф. А. Новиков. – СПб. : Питер, 2005. – 364 с.
28. Оре, О. Теория графов / О. Оре. – М. : Наука, 1980. – 336 с.
29. Рейнгольд, Э. Комбинаторные алгоритмы: теория и практика / Э. Рейнгольд, Ю. Нивергельт, Н. Део. – М. : Мир, 1980. – 476 c.
30. Свами, М. Графы, сети и алгоритмы / М. Свами, К. Тхуласираман. – М.: Мир, 1984. – 455 с.
31. Тишин, В. В. Дискретная математика в примерах и задачах / В. В. Тишин. – СПб. : БХВ-Петербург, 2016. – 336 с.
32. Уилсон, Р. Введение в теорию графов / Р. Уилсон. – М. : Мир, 1977. – 205 с.
33. Хаггарти, Р. Дискретная математика для программистов / Р. Хаггарти. – Техносфера, 2004. – 320 с.
34. Харари, Ф. Перечисление графов / Ф. Харари, Э. Палмер. – М. : Мир, 1977. – 324 с.
35. Харари, Ф. Теория графов / Ф. Харари. – М. : Мир, 1973. – 304 с. ;
3-е изд. – М. : КомКнига, 2006. – 296 с.
36. Холл, М. Комбинаторика / М. Холл. – М. : Мир, 1970. – 424 с.
37. Яблонский, С. В. Введение в дискретную математику / С. В. Яблонский. – М. : Наука, 1986. – 384 с.
38. D. F. McAllister. – Prentice-Hall, inc., Englewood Cliffs, N.J., 1977.
39. Stanat, D. F. Discrete mathematics in computer science / D. F. Stanat, D. F. McAllister. – Prentice-Hall, inc., Englewood Cliffs, N.J., 1977.
40. Горбатов, В. А. Фундаментальные основы дискретной математики. Информационная математика / В. А. Горбатов. – М. : Наука, ФИЗМАТЛИТ, 2000. – 544 с.
41. Баканович, Э. А. Дискретная математика : учебное пособие для студентов спец. Н.08.02.00 и Т.12.01.00 : в 2 ч. Ч. 1. : Элементы теории графов и сетевые / Э. А. Баканович, Н. А. Волорова, А. В. Епихин. – Мн. : БГУИР, 1998. – 80 с.
42. Горбатов, В. А. Основы дискретной математики : учебное пособие для студентов ВУЗов / В. А. Горбатов. – М. : Высшая школа, 1986. – 311 с.
43. Судоплатов, С. В. Элементы дискретной математики : учебник / С. В. Судоплатов, Е. В. Овчинникова – М. : ИНФА-М, 2002. – 280 с. – (Серия “Высшее образование”).
44. Татт, У. Теория графов : пер. с англ. / У. Татт . – М. : Мир, 1988. – 424 с.
45. Бусленко, Н. П. Моделирование сложных систем / Н. П. Бусленко. – М. : Наука, 1968. – 356 с.
46. Сигорский, В. П. Математический аппарат инженера / В. П. Сигорский. – 2-е изд., стереотип. – Киев : Техника , 1977. – 768 с.
47. Ковалёв, М. М. Дискретная оптимизация / М. М. Ковалёв. – Мн. : БГУ, 1977. – 192 с.

МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ ПО ОРГАНИЗАЦИИ И

ВЫПОЛНЕНИЮ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ СТУДЕНТОВ

При изучении учебной дисциплины рекомендуется использовать следующие формы самостоятельной работы:

работа с учебной и справочной литературой;

составление конспектов;

решение задач и выполнение упражнений;

работа с раздаточным материалом.

ПЕРЕЧЕНЬ РЕКОМЕНДУЕМЫХ СРЕДСТВ ДИАГНОСТИКИ

КОМПЕТЕНЦИЙ СТУДЕНТА

Типовым учебным планом по специальностям 1-28 01 01 «Экономика электронного бизнеса», 1-28 01 02 «Электронный маркетинг», 1-40 02 01 «Вычислительные машины, системы и сети», 1-40 02 02 «Электронные вычислительные средства», 1-40 04 01 «Информатика и технологии программирования», 1-40 05 01 «Информационные системы и технологии (по направлениям)», 1-53 01 02 «Автоматизированные системы обработки информации», 1-53 01 07 «Информационные технологии и управление в технических системах», 1-58 01 01 «Инженерно-психологическое обеспечение информационных технологий» в качестве формы текущей аттестации по учебной дисциплине «Дискретная математика» рекомендуется зачет, по специальности 1-40 01 01 «Программное обеспечение информационных технологий» – экзамен.

Оценка учебных достижений студента по вышеуказанным специальностям производится по системе «зачтено/не зачтено», для специальности 1-40 01 01 «Программное обеспечение информационных технологий» – по десятибалльной шкале.

Для промежуточного контроля по учебной дисциплине и диагностики компетенций студентов могут использоваться следующие формы:

коллоквиум;

устный опрос;

письменная самостоятельная работа;

контрольная работа;

отчеты по аудиторным/домашним практическим упражнениям с их устной защитой.

РЕКОМЕНДУЕМЫЕ МЕТОДЫ (ТЕХНОЛОГИИ) ОБУЧЕНИЯ

Основные рекомендуемые методы (технологии) обучения, отвечающие целям и задачам учебной дисциплины:

индивидуальная работа;

групповая работа;

обучение, организованное на платформе Moodle.

Примерный перечень ТЕМ практических занятий

*(кроме специальности 1-40 04 01 «Информатика и технологии программирования»)*

1. Множества.
2. Отношения.
3. Комбинаторика. Комбинаторные задачи.
4. Математическая логика.
5. Равносильные преобразования формул и нормальные формы.
6. Предикаты.
7. Графы: связность, обходы, кратчайшие пути.
8. Графы: изоморфизм.
9. Графы: независимость и покрытие.
10. Графы: раскраска и планарность.
11. Булево пространство, булевы функции.
12. Разложения, функциональная полнота.
13. Автоматы. Минимизация числа состояний полного автомата
14. Автоматы. Минимизация числа состояний частичного автомата
15. Кодирование состояний синхронного автомата.

Примерный перечень ТЕМ практических занятий

*(для специальности 1-40 04 01 «Информатика и технологии программирования»)*

Основные понятия и определения теории графов. Способы задания графов.

1. Операции на графах.
2. Связность графов.
3. Планарные графы.
4. Графы-деревья.
5. Транспортные сети.
6. Основные комбинаторные конфигурации.
7. Методы решения перечислительных задач.
8. Производящие функции.
9. Рекуррентные отношения.

Примерный перечень компьютерных программ

(*необходимого оборудования, наглядных пособий и иное)*

1. Текстовый редактор Microsoft Word.
2. Компьютерная программа PowerPoint.
3. Система компьютерной алгебры Maple.
4. Среда программирования языков высокого уровня.